

千葉工業大学
博士学位論文

統計的性質を考慮した
テクスチャ復元による
ノイズ除去画像の質感向上

Improving Subjective Quality of
Denoised Image with
Recovering Texture
Using Its Statistical Properties

齋藤 雄太

2021年 9月

要旨

本論文は、画像ノイズ除去の性能向上を図るため、一般的なノイズ除去の際に失われる画像の質感を表すテクスチャに着目し、Stein の補題といくつかの仮定を用いてこのテクスチャを推定する方法を提案し、その有効性を示したものである。

スマートフォンなどで画像を撮影した際、カメラ内部で生じる熱雑音や暗電流などに起因するノイズが不可避免的に発生し、このノイズによって画像の品質が大きく低下するという問題が存在する。この問題の解決のため、このノイズが付加された画像（観測画像）からノイズのない真の画像（原画像）を推定する画像ノイズ除去が古くから研究されている。近年では医用画像の再構成や、暗所などの劣悪な撮像環境で得られた画像を入力とする画像認識の精度を上げることに活用されていることから、より精度の高いノイズ除去手法を実現することは社会の様々な分野に貢献することを意味する。多くのノイズ除去手法は自然画像が持つ特有の性質（事前情報）を利用して原画像の推定を行う。自然画像の事前情報を利用した多くの既存手法のなかでも、画像の局所的な領域（パッチ）が他のパッチと類似すると仮定する非局所自己類似性を用いた手法は、他のノイズ除去手法と比較して高いノイズ除去性能を持つことが知られている。

しかしながら、非局所自己類似性を利用したノイズ除去手法を含む一般の画像ノイズ除去手法は、ノイズを除去する際に、ノイズとともに画像の質感を表すテクスチャを過剰に平滑化するという問題が存在する。テクスチャは画像の特定の部分にある素材の特徴（砂や毛皮、木の皮の感触など）を表す重要な情報であり、テクスチャの損失は画像の主観的な品質を著しく低下させる。この問題を解決するためには、テクスチャを十分に表現できる事前情報（テクスチャモデル）と、このテクスチャモデルのパラメータの推定法を検討する必要がある。

本研究では、原画像と既存のノイズ除去手法の出力画像（ノイズ除去画像）の差分、つまりノイズ除去で失われた成分について着目し、残差テクスチャと定義した。この残差テクスチャを、観測画像とノイズ除去画像の差分（残差ノイズとテクスチャが混ざったもの）

から推定することが本研究の目的である。また、残差テクスチャの共分散行列および残差テクスチャとノイズの共分散を要素とする行列（残差テクスチャとノイズの共分散行列）を前述のテクスチャモデルとして採用した。さらに、Stein の補題といくつかの仮定を用いることで、これらの共分散行列を観測画像並びにノイズ除去画像から推定する手法を提案した。また、推定した共分散行列を用いた線形最小平均二乗誤差フィルタ（LMMSE フィルタ）による残差テクスチャの推定法も併せて提案した。これにより、既存のノイズ除去の際に失われた残差テクスチャの復元を実現した。また本研究では、提案手法の有効性や推定したテクスチャモデルのパラメータの推定精度についても検証を行った。

本研究により画像をノイズ除去する際のテクスチャ復元が可能になった。また本研究を応用することで、一般的な画像のテクスチャ復元のみならず、映画のデジタルリマスターの際の質感復元や、ノイズが付加された画像を画像認識する際の認識精度の向上、医療用画像の画像復元にも応用することが可能であると考えられる。さらに、本研究は、信号の推定において推定しきれなかった残差成分を、推定手法と残差成分の統計的性質に着目して復元する手法であると一般化でき、画像ノイズ除去以外にも様々な応用が得られる可能性があることから、広く画像処理の研究分野に寄与する研究であるといえる。

本論文は以下の 5 つの章から構成されている。

第 1 章では、研究の背景や画像ノイズ除去の研究動向、テクスチャ推定における問題点について解説した。また本研究の研究目的と方法について紹介した。

第 2 章では、本論文での記号の定義と、本研究で重要となる既存手法である Wiener フィルタと Stein の補題について解説した。

第 3 章では、非学習系の最先端のノイズ除去手法であり、本研究でノイズ除去画像を得るために用いた weighted nuclear norm minimization (WNNM) の解説を行った。また既存のテクスチャを考慮したノイズ除去手法についても解説を行い、それらの用いたテクスチャモデルとパラメータの推定法を考察した。

第 4 章では既存のノイズ除去の際に失われたテクスチャの復元手法の提案を行った。まず残差テクスチャの定義と、本研究で用いるテクスチャモデルである残差テクスチャおよび残差テクスチャとノイズの共分散行列について解説した。次にテクスチャモデルの共分散行列を推定するために、Stein の補題といくつかの仮定を用いることを提案した。また Stein の補題を用いるために、WNNM の線形近似を行うことを提案した。さらに、推定した共分散行列を適用した LMMSE フィルタを用いることによる残差テクスチャの推定法を提案した。ほか、推定した残差テクスチャを適当な強度で強調することによる知覚的品質の向上法についても提案を行った。

第 5 章ではまず第 4 章で用いた仮定の正当性を予備実験によって確認した。次に本研

究の有効性を評価する実験を行った。実験により、提案手法のノイズ除去性能が既存の非学習系の手法と比較して高いことが確認された。また、残差テクスチャを付加する際に付加する強度を変化させた際の知覚的品質の変化を観察し、適当な強度で残差テクスチャを付加した場合知覚的品質がさらに向上することを示した。さらに、Fréchet 距離を用いて、推定した共分散行列の推定精度を単純な共分散行列の推定法と比較することで、提案した推定法の有効性が確認された。

第 6 章では、本論文の統括を行った。

目次

第 1 章	序論	5
1.1	研究の背景	5
1.2	本研究の目的とその方法	9
1.3	本論文の構成	12
第 2 章	準備	13
2.1	数式の記法	13
2.2	Wiener フィルタ	13
2.3	Stein の補題	15
第 3 章	既存手法	16
3.1	Weighted nuclear norm minimization (WNNM)	16
3.2	テクスチャを考慮した画像ノイズ除去手法	19
第 4 章	提案手法	22
4.1	Stein の補題を用いた画像ノイズ除去	22
第 5 章	実験	27
5.1	予備実験	29
5.2	提案手法の有効性の確認	34
第 6 章	結論	56
Appendix A	LMMSE フィルタを用いたテクスチャの推定に関する導出	59
参考文献		61

第 1 章

序論

本章ではまず一般的な画像ノイズ除去について解説をする．次に本研究の目的とその方法について述べる．最後に本論文の構成を示す．

1.1 研究の背景

画像ノイズ除去手法は，暗所で生じるショットノイズや，カメラ内部で発生する熱雑音および暗電流などの原因で発生したノイズが付加された画像（観測画像）から，ノイズのない画像（原画像）を推定することを目的としており，画像処理分野における古典的かつ基礎的な問題であり，その研究は現在も活発に行われている [1–23]．近年では，一般的な画像のみならず医療用の CT イメージや MRI の画像再構成にも用いられている [24, 25]．さらに，画像ノイズ除去を用いることで，暗所での監視カメラの画像など，劣悪な撮像環境で撮影された画像を入力とするような画像認識の精度を上げることも研究されている [26, 27]．以上のことから画像ノイズ除去手法の性能を向上させることは社会の様々な分野に貢献することにつながるといえる．

また，画像ノイズ除去手法の性能は，対象とする画像群の（多くの場合統計的な）モデル化が正しく行えているかどうか依存する．したがって，ノイズ除去手法を研究することは，対象とする画像群が共通してもつ要素を取り出し定式化する，という画像処理分野に広くまたがる問題の答えを明らかにすることでもある．

多くの画像ノイズ除去手法では自然画像特有の性質（事前情報）を利用して観測画像から原画像を推定する．この事前情報については，ある画素値と隣接する画素値は大きな変動が少ないことを利用する total variation (TV)，画像のある局所的な領域（パッチ）が他のパッチと類似していることを利用する non-local self similarity (NLSS) など様々な

アプローチが提案されている。特にこの NLSS を用いたノイズ除去手法 [1–3, 13–21] は一般に高いノイズ除去性能を持つことが知られており、そのなかでも weighted nuclear norm minimization (WNNM) [19] は安定して高いノイズ除去性能を示すことから現在でも画像ノイズ手法のベンチマークとして使用されている。

また近年では深層学習を用いたノイズ除去手法 [12, 21, 22] が研究されており、前述のような事前の学習を行わない（以下、非学習系）ノイズ除去手法を大きく上回るノイズ除去性能を持つことが知られている。しかしながら、これらの手法のノイズ除去処理はブラックボックスとなっており、学習後のノイズ除去処理がどのように行われているのかわかることは一般に難しい。そのため WNNM のように、処理のすべてが明確に記述されたホワイトボックスの手法を研究することは、自然画像が共通して持つ性質を追求する上で現在においても重要であると言える。

一般に WNNM を含む多くのノイズ除去手法では、ノイズを除去する際にノイズとともにテクスチャが平滑化されるという問題が存在することが知られている（図 1.1）。テクスチャとは画素値が何らかの規則性に従って変化をしている画素の領域であり、画像の質感（木の表皮や毛皮など）を表現するものである。このテクスチャについて、小さい領域のテクスチャ情報から大きなテクスチャを生成するテクスチャ合成 [28–30] や画像からテクスチャを分離するテクスチャ-ストラクチャ分離 [31–33] など多くの研究がされている。超解像や画像補完の分野では、テクスチャについて注目することで、より自然な出力画像を得る研究がされている [34–36]。また CNN を用いた画像認識では、テクスチャが CNN の認識精度に重要な役割を果たしていることが報告されている [37, 38]。テクスチャは損失すると画像の主観的な品質の著しい劣化を生じる重要な成分であり、したがってノイズ除去においても、テクスチャが保存しつつ原画像を推定することは、出力画像の主観品質を高めるために極めて重要である。

この問題を解決するために、テクスチャを考慮したノイズ除去手法が数多く提案されている [1–4]。テクスチャを考慮したノイズ除去手法では、自然画像のテクスチャが持つ、画素値の変動について注目を行いノイズ除去を行っている。このとき、テクスチャを考慮するために、テクスチャの事前情報（テクスチャモデル）を定義し、またノイズ除去の際にテクスチャモデルのパラメータを推定する必要がある。手法 [1–4] では定義したテクスチャモデルを利用して、観測画像からテクスチャが損失ないようにノイズ除去を行う。

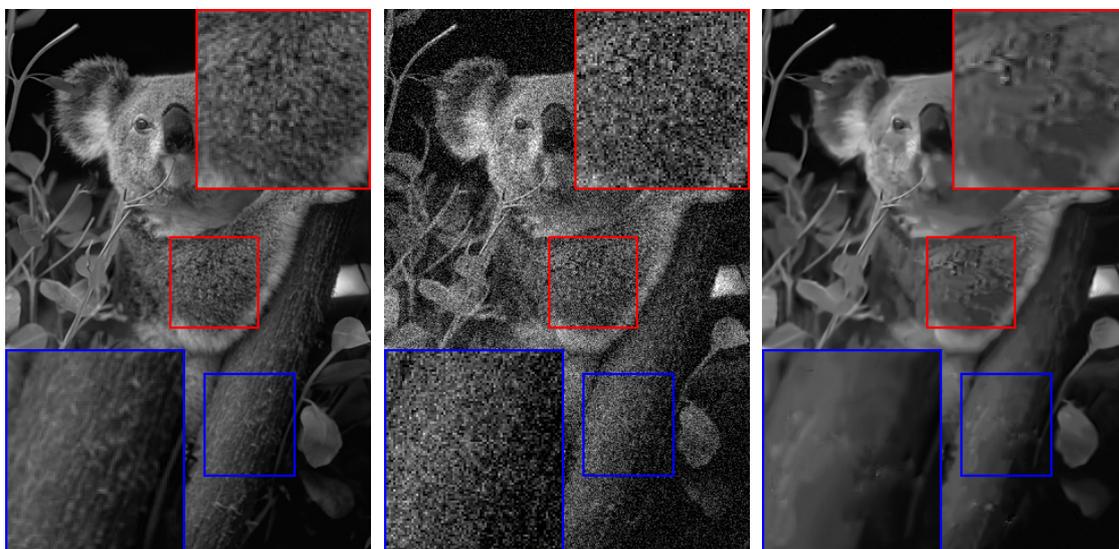
テクスチャを考慮したノイズ除去手法の一つである gradient histogram preservation (GHP) [1] は、nonlocally centralized sparse representation [18] をベースとした手法であり、テクスチャモデルとして画素値の勾配のヒストグラムを用いている。また GHP ではテクスチャモデルのパラメータ（つまり原画像の勾配ヒストグラム）を逆問題を解くこ

とで推定している。しかしながら GHP は直接は隣り合う画素値の関係しか利用しておらず、離れた画素値の情報を有効に利用していない。

Zhao らの手法 [2] では、類似パッチのクラスタクラスタリングと主成分分析を行い、準最適ウィナーフィルタを適用することでノイズ除去を行っている。このウィナーフィルタは線形最小誤差推定フィルタ (LMMSE フィルタ) の特殊な場合であり、これを用いて原画像を推定する際には原画像の共分散行列の推定が必要となる。この手法ではテクスチャモデルは主成分分析後の共分散行列とみることができる。この共分散行列は観測画像の共分散行列と付加されたノイズの分散から推定している。

Liu らの手法 [3] では、TV の拡張である total generalized variation (TGV) と核ノルム最小化を用いた低ランク近似を用いてノイズ除去を行っている。この手法では低ランク近似をしたノイズ除去手法 [13,19] で発生する過度な平滑化によるテクスチャの消失を、TGV を用いることで回避している。TGV は近傍画素同士の関係を、核ノルムは離れた画素同士の関係をそれぞれ利用している。ここでテクスチャモデルのパラメータは TGV の重みパラメータとなる。このパラメータの推定は反復アルゴリズムを用いて行っている。

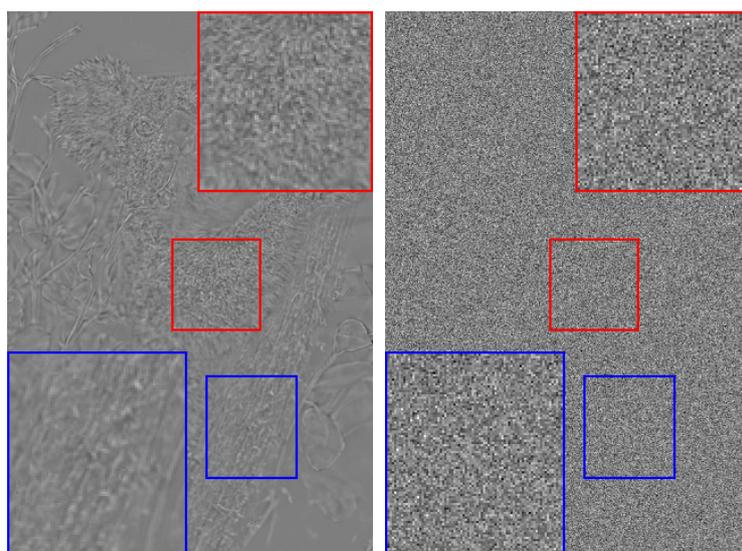
以上で述べた既存手法において、一般にテクスチャモデルの複雑さとそのパラメータの推定の難しさはトレードオフの関係にある。例えば GHP [1] は比較的単純なテクスチャモデルを採用しており、そのためパラメータの推定が容易であるがその一方でテクスチャの詳細な情報を表現することはできない。これに対し、Zhao らの手法 [2] や Liu らの手法 [3] では主成分分析後の共分散行列や、TGV と核ノルムの組み合わせなどの複雑なテクスチャモデルを採用することで、詳細なテクスチャの情報の表現を可能としている。しかしながら、これらの手法ではパラメータの推定は GHP などの比較的単純なテクスチャモデルを採用している手法と比較して困難である。



(a) 原画像

(b) 観測画像

(c) ノイズ除去画像



(d) ノイズ除去で失われた
テクスチャ
(損失テクスチャ)

(e) 観測画像とノイズ除去
画像の差分 (ノイズと損失
テクスチャが混ざった成分)

図1.1: ノイズ除去によってテクスチャが失われる様子. 本研究では (d) のノイズ除去で失われたテクスチャのことを損失テクスチャとよぶ.

1.2 本研究の目的とその方法

前述のとおり，既存のノイズ除去手法では，ノイズ除去の際にノイズとともに画像の質感を表すテクスチャが平滑化されるという問題が存在した．この問題において，既存のノイズ除去で失われたテクスチャを推定できれば，より原画像に近く，質感の品質の高い推定原画像を得ることができる．本研究では，観測画像と既存のノイズ除去手法の出力画像（ノイズ除去画像）の差分，つまりノイズと失われたテクスチャの混ざった成分（図 1.1 (e)）から，失われたテクスチャを推定することを目的とする．

本研究では目的のためにまず，推定目標を原画像とノイズ除去画像の差分（つまり失われたテクスチャ）とし，この成分を新たに損失テクスチャと定義した．提案手法ではこの損失テクスチャを推定しノイズ除去画像に付加することで，テクスチャの失われていない推定原画像を得る．本研究ではノイズ除去画像を，既存のノイズ除去手法である WNNM を用いて得ることとした．本研究ではテクスチャモデルを，損失テクスチャの共分散および損失テクスチャとノイズの共分散（本論文ではどちらの共分散の情報も行列として扱い，共分散行列とよぶ）とした．またテクスチャモデルのパラメータはこれらの共分散行列の各成分になる．テクスチャモデルとして共分散行列を用いることで，損失テクスチャの近傍画素や離れた画素の関係を十分に表現することが可能になる．

既存のテクスチャを考慮したノイズ除去手法では，前述のようにテクスチャモデルのパラメータ推定が難しいという課題があった．これに対して本研究では，推定目標を原画像と既存手法のノイズ除去画像の差分である損失テクスチャと定義したことにより，既存手法のノイズ除去処理の情報を共分散行列の推定に用いることが可能となり，それによってパラメータ推定が容易に行える．提案手法では Stein の補題と幾つかの仮定を用いることで共分散行列を推定し，得られた共分散行列に基づいて構築した LMMSE フィルタによって損失テクスチャを推定する．一般にノイズ除去やボケ復元に用いられる Wiener フィルタ（LMMSE フィルタの特別な場合）は，推定対象とノイズの間の共分散をゼロ行列であると仮定しているが，本研究では，推定対象である損失テクスチャは観測画像とノイズ除去画像の差分であり，ノイズ除去画像はノイズの実現値によって変化するため，損失テクスチャとノイズの間には共分散が存在する．そのため本研究では，損失テクスチャとノイズに共分散がある際の LMMSE フィルタを用いたテクスチャ推定法を提案した．また従来のテクスチャを考慮したノイズ除去手法では，原画像に存在するテクスチャからテクスチャのモデルを定義し，観測画像からテクスチャを保存するように直接原画像を推定している．対照的に本研究では，原画像と既存手法のノイズ除去画像の差分である（ノイズ

除去によって失われた) 損失テクスチャに注目し, この損失テクスチャを明示的に推定する. 図 1.2に本研究の概略を示す.

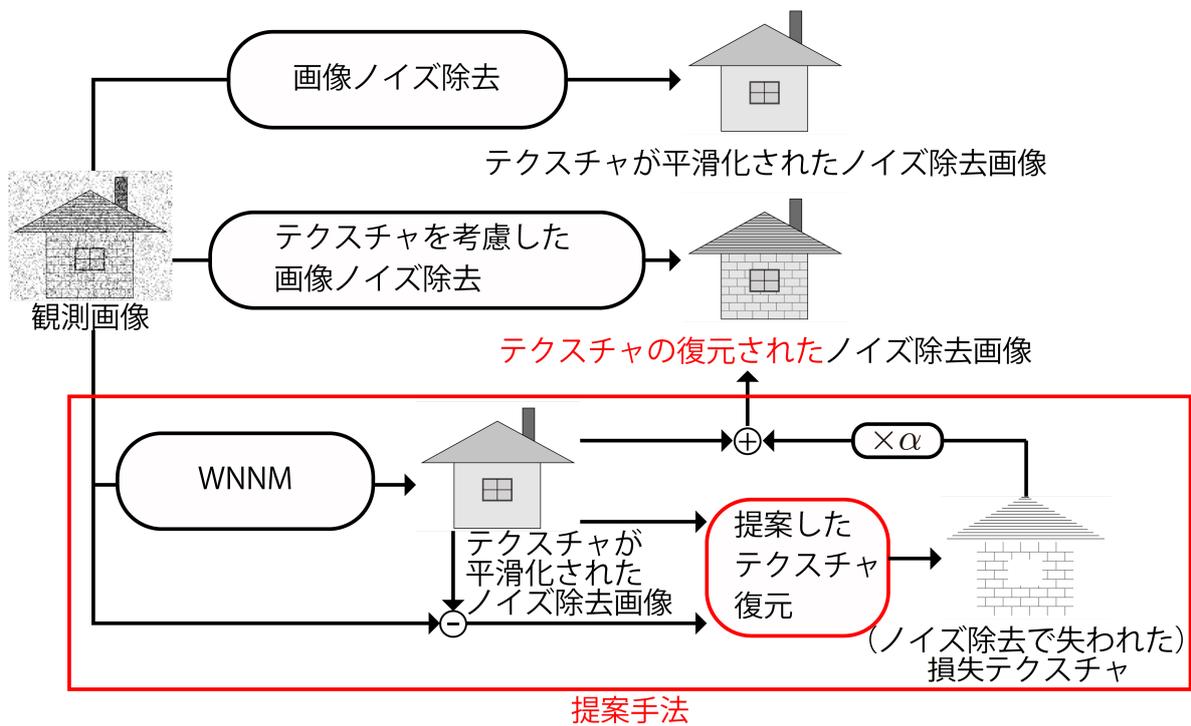


図1.2: 本研究の概略. 一般のノイズ除去手法やテクスチャを考慮したノイズ除去手法とは違い, 提案手法では観測画像とノイズ除去画像から損失テクスチャを復元する.

1.3 本論文の構成

第 2 章ではまず本論文で用いる記号の定義をする．次に Wiener フィルタと Stein の補題 [39] について紹介する．第 3 章では提案手法でノイズ除去画像を得るために用いる weighted nuclear norm minimization [19] と，既存のテクスチャを考慮したノイズ除去 [1–4] について述べその問題点を考察する．第 4 章ではまず本研究の提案手法の概略について述べる．次に提案手法の LMMSE フィルタについて述べる．その後 Stein の補題と幾つかの仮定を用いた共分散行列の推定法を述べる．第 5 章では提案手法の仮定に関する予備実験と，提案手法の有効性を確認するための，提案手法のノイズ除去性能や共分散の推定精度の実験結果について述べる．第 6 章では本論文のまとめと，本研究の貢献について述べる．

第 2 章

準備

本章ではこの論文での数式の記法についてまず説明する．次に画像ノイズ除去などで用いられる一般的な Wiener フィルタについて解説する．最後に提案手法で用いる Stein の補題について解説する．

2.1 数式の記法

この論文では， \mathbb{R} を実数全体の集合と定義する．またベクトルを小文字で太字のアルファベットを用いて，行列を大文字で太字のアルファベットを用いて表記する．さらに，ベクトル \mathbf{a} や行列 \mathbf{A} の推定値をそれぞれ $\hat{\mathbf{a}}$ ， $\hat{\mathbf{A}}$ のように表現する．また期待値を $\mathbb{E}[\cdot]$ で表し，ある二つのベクトル \mathbf{a} および \mathbf{b} の共分散が対応する要素となる行列を $\mathbf{R}_{\mathbf{ab}} = \mathbb{E}[(\mathbf{a} - \mathbb{E}[\mathbf{a}])(\mathbf{b} - \mathbb{E}[\mathbf{b}])^\top]$ と表す．

2.2 Wiener フィルタ

この節では LMMSE フィルタの特殊な場合である Wiener フィルタについて説明をする．Wiener フィルタはノイズ除去手法 [2, 15] や一般画像復元手法などで用いられているフィルタである．この Wiener フィルタは LMMSE フィルタの特殊な場合である．

以下では，Wiener フィルタの導出について説明する．観測画像を $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ ，原画像を $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^m$ とする．また \mathbf{y} は以下の観測モデルに従うとする．

$$\mathbf{y} = \mathbf{x} + \mathbf{n}, \quad (2.1)$$

ここで $\mathbf{n} \in \mathbb{R}^m$ は分散 σ^2 ，平均 $\mathbf{0}$ の加法性ガウス雑音である．また議論を簡単にするために $\mathbb{E}[\mathbf{x}] = \mathbf{0}$ であると仮定する．

Wiener フィルタ \mathbf{W}^* の目的関数は以下のように定義される.

$$\mathbf{W}^* = \underset{\mathbf{W}}{\operatorname{argmin}} \mathbb{E}[\|\mathbf{W}(\mathbf{x} + \mathbf{n}) - \mathbf{x}\|_2^2], \quad (2.2)$$

ここで, $\mathbb{E}[\cdot]$ は期待値である. $J(\mathbf{W}) = \mathbb{E}[\|\mathbf{W}(\mathbf{x} + \mathbf{n}) - \mathbf{x}\|_2^2]$ とおくと, $J(\mathbf{W})$ は以下のように表すことができる.

$$J(\mathbf{W}) = \mathbb{E}[\{\mathbf{W}(\mathbf{t} + \mathbf{n})\}^\top \mathbf{W}(\mathbf{t} + \mathbf{n})] - 2\mathbb{E}[(\mathbf{t} + \mathbf{n})^\top \mathbf{W}^\top \mathbf{t}] + \mathbb{E}[\mathbf{t}^\top \mathbf{t}]. \quad (2.3)$$

上式の右辺の各項は以下のように変形できる.

$$\mathbb{E}[\{\mathbf{W}(\mathbf{x} + \mathbf{n})\}^\top \mathbf{W}(\mathbf{x} + \mathbf{n})] = \operatorname{tr}(\mathbf{W}\mathbf{R}_{(\mathbf{x}+\mathbf{n})(\mathbf{x}+\mathbf{n})}\mathbf{W}^\top) \quad (2.4)$$

$$\mathbb{E}[\mathbf{x}^\top \mathbf{x}] = \operatorname{tr}(\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}), \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} -2\mathbb{E}[(\mathbf{x} + \mathbf{n})^\top \mathbf{W}^\top \mathbf{x}] &= -2\mathbb{E}[\mathbf{x}\mathbf{W}^\top \mathbf{x}] - 2\mathbb{E}[\mathbf{n}^\top \mathbf{W}^\top \mathbf{x}] \\ &= -2\operatorname{tr}(\mathbf{W}^\top \mathbf{R}_{\mathbf{xx}}) - 2\mathbb{E}[\mathbf{n}^\top \mathbf{W}^\top \mathbf{x}], \end{aligned} \quad (2.6)$$

ここで, $\operatorname{tr}(\cdot)$ は行列のトレースを表す. 原画像 \mathbf{x} とノイズ \mathbf{n} は独立であると仮定しているため, $\mathbb{E}[\mathbf{n}^\top \mathbf{W}^\top \mathbf{x}]$ は $\mathbf{0}$ である. よって式 (2.2) は, $\frac{\partial J(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}} = 0$ とおくと, 式 (2.4) (2.5) (2.6) より次のように解ける.

$$\begin{aligned} \frac{\partial J(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}} &= \mathbf{W}\mathbf{R}_{(\mathbf{x}+\mathbf{n})(\mathbf{x}+\mathbf{n})} + \mathbf{W}\mathbf{R}_{(\mathbf{x}+\mathbf{n})(\mathbf{x}+\mathbf{n})}^\top - 2\mathbf{R}_{\mathbf{xx}} \\ &= 2\mathbf{W}\mathbf{R}_{(\mathbf{x}+\mathbf{n})(\mathbf{x}+\mathbf{n})} - 2\mathbf{R}_{\mathbf{xx}} = 0. \end{aligned} \quad (2.7)$$

よって \mathbf{W}^* は

$$\mathbf{W}^* = \mathbf{R}_{\mathbf{xx}}\mathbf{R}_{(\mathbf{x}+\mathbf{n})(\mathbf{x}+\mathbf{n})}^{-1}, \quad (2.8)$$

となり, Wiener フィルタが導出された.

上の証明では, 原画像とノイズの間に共分散がないことを利用して Wiener フィルタを導出している. しかしながら, 本研究では, 推定対象である損失テクスチャとノイズの間に共分散が存在するため, この Wiener フィルタを用いることができない. よって, Wiener フィルタの一般化である LMMSE フィルタを用いて損失テクスチャを推定する (LMMSE フィルタの導出は付録 Aを参照されたい).

2.3 Stein の補題

平均 μ , 分散 σ^2 の正規分布に従う確率変数を $a \in \mathbb{R}$ とし, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ を微分可能な関数とすると, 次の式が成立する.

$$\mathbb{E}[(a - \mu)f(a)] = \sigma^2 \mathbb{E} \left[\frac{df(a)}{da} \right] \quad (2.9)$$

上式は Stein の補題 [39] とよばれている. この式の証明は以下のとおりである.

確率変数 a の確率密度関数を $\phi(a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(a-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$ とすると, 期待値の定義から式 (2.9) の右辺は次のように表すことができる.

$$\sigma^2 \mathbb{E} \left[\frac{df(a)}{da} \right] = \sigma^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{df(a)}{da} \phi(a) da. \quad (2.10)$$

ここで $\frac{d\phi(a)}{da} = -\frac{1}{\sigma^2}(a - \mu)\phi(a)$ であるので, 部分積分の定理を用いて

$$\sigma^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{df(a)}{da} \phi(a) da = \sigma^2 [f(a)\phi(a)]_{-\infty}^{\infty} + \sigma^2 \int_{-\infty}^{\infty} f(a) \frac{1}{\sigma^2}(a - \mu)\phi(a) da \quad (2.11)$$

$$= \mathbb{E}[(a - \mu)f(a)], \quad (2.12)$$

と変形することができる. よって

$$\mathbb{E}[(a - \mu)f(a)] = \sigma^2 \mathbb{E} \left[\frac{df(a)}{da} \right], \quad (2.13)$$

となり式 (2.9) が証明された.

本研究では, この Stein の補題を用いて, 損失テクスチャの共分散行列および損失テクスチャとノイズの共分散行列を推定する.

第3章

既存手法

3.1 Weighted nuclear norm minimization (WNNM)

本節では WNNM [19] について解説する。WNNM は非学習系のノイズ除去手法であり、非常に高いノイズ除去性能をもつことで知られている。提案手法ではこの WNNM を用いてノイズ除去画像を得る。

画像ノイズ除去では、一般に観測画像を次のようにモデル化する。

$$\mathbf{y} = \mathbf{x} + \mathbf{n}, \quad (3.1)$$

ここで $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ は画素数 m の観測画像であり、 $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^m$ は推定対象である原画像である。また $\mathbf{n} \in \mathbb{R}^m$ は平均 $\mathbf{0}$ 、分散 σ^2 の加法性ガウス雑音である。

WNNM ではまず、観測画像 \mathbf{y} を I 枚の重複のある ($\sqrt{L} \times \sqrt{L}$ [画素]) の注目パッチに分割する。注目パッチ枚数 I は画像サイズとノイズの分散 σ^2 に依存する*1。ここで i 番目の \mathbf{y} の注目パッチを $\mathbf{y}_i \in \mathbb{R}^L$ ($i = 1, \dots, I$) と定義する。次に各 \mathbf{y}_i に対して $M - 1$ 枚の類似したパッチを探索する。観測注目パッチ \mathbf{y}_i とその類似したパッチを列ベクトルとして並べたパッチ行列を $\tilde{\mathbf{Y}}_i \in \mathbb{R}^{L \times M}$ とする。本論文では原画像 \mathbf{x} やノイズ \mathbf{n} の i 番目のパッチについても同様に $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^L$ や $\mathbf{n}_i \in \mathbb{R}^L$ と表す。またこれらに対応するパッチ行列を $\tilde{\mathbf{X}}_i \in \mathbb{R}^{L \times M}$ および $\tilde{\mathbf{N}}_i \in \mathbb{R}^{L \times M}$ と表す。ここでパッチ行列 $\tilde{\mathbf{X}}_i$ および $\tilde{\mathbf{N}}_i$ の各々の列ベクトルは、 $\tilde{\mathbf{Y}}_i$ の各々の列ベクトルと画素位置で対応していることに注意されたい。

*1 提案手法では WNNM の著者実装のデフォルトパラメータを用いて実験している。例として $\sigma = 20$ の場合、パッチの大きさは 6×6 [画素] になり、注目パッチは 1 画素おき (つまりストライド 2) に選択される。そのため例えば 256×256 [画素] で $\sigma = 20$ の場合、注目パッチ枚数 I は 32,004 になる (また類似パッチは 61×61 [画素] の近傍領域から選択される)。

ここで説明の単純化のために、パッチ行列 $\tilde{\mathbf{Y}}_i$ の各列から行列 $\tilde{\mathbf{Y}}_i$ の列方向の平均を減算し、計算結果を $\mathbf{Y}_i \in \mathbb{R}^{L \times M}$ とする。また同様の処理をパッチ行列 $\tilde{\mathbf{X}}_i$ に行った計算結果を $\mathbf{X}_i \in \mathbb{R}^{L \times M}$ とする。仮定からノイズ \mathbf{n} は平均 $\mathbf{0}$ であるため、パッチ行列 $\tilde{\mathbf{Y}}_i$ の列方向の平均とパッチ行列 $\tilde{\mathbf{X}}_i$ の列方向の平均は非常に近い値をもつことになる。したがって、WNNM では \mathbf{X}_i を推定すればよい。

WNNM の核となるノイズ除去処理は、 \mathbf{Y}_i の特異値分解 (SVD) に基づいた下記の式で表される。

$$\hat{\mathbf{X}}_i = \mathbf{U}g(\Sigma_{\mathbf{Y}_i})\mathbf{V}^\top, \quad (3.2)$$

ここで $\hat{\mathbf{X}}_i \in \mathbb{R}^{L \times M}$ はノイズ除去後のパッチ行列であり、 $\mathbf{Y}_i = \mathbf{U}\Sigma_{\mathbf{Y}_i}\mathbf{V}^\top$ は SVD、 $g(\cdot)$ はしきい値処理を表す。しきい値処理後の対角行列 $g(\Sigma)$ の (k, k) 成分は次のように表される。

$$g(\Sigma)_{k,k} = \begin{cases} 0 & \text{if } c_2 < 0 \\ \frac{c_1 + \sqrt{c_2}}{2} & \text{if } c_2 \geq 0 \end{cases}, \quad (3.3)$$

ただし、

$$c_1 = \Sigma_{k,k} - \epsilon, \quad c_2 = (\Sigma_{k,k} + \epsilon)^2 - 4\sigma^2 C, \quad (3.4)$$

である。ここで $C \in \mathbb{R}$ は任意に決定するパラメータであり、 $\epsilon \in \mathbb{R}$ は微小な値を表す。この処理は \mathbf{Y}_i の特異値行列に適用される反復的な再重み付けのしきい値処理の閉形式解に対応している [19]。

上式の特異値のしきい値処理は、注目パッチとその類似パッチに対して適用される。また推定原画像パッチ行列は、しきい値処理によって得られた解 $\hat{\mathbf{X}}_i$ に対し、 $\tilde{\mathbf{Y}}_i$ の列ベクトルごとの平均を、対応する各列ベクトルに加えることで推定される。推定原画像 $\hat{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^L$ は、各々の推定原画像パッチ行列の各列ベクトルを、パッチに分割する前の元の画素位置に戻し画像に再構成することで得ることができる。パッチを画像に再構成するとき、パッチが重複する画素位置では、各々の画素位置ごとに画素値の平均をとる。WNNM ではこの処理を反復することで、原画像を推定する。各々の反復において、ノイズ除去の対象 $\mathbf{y}^{(k)}$ は最新の反復結果の推定画像 $\hat{\mathbf{x}}^{(k-1)}$ と観測画像 \mathbf{y} の重みパラメータ δ の重み付き和で以下のように更新される（ここで k は反復回数を表す変数である）。

$$\mathbf{y}^{(k)} = \hat{\mathbf{x}}^{(k-1)} + \delta(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{x}}^{(k-1)}). \quad (3.5)$$

この処理は反復正則化とよばれる。またパラメータ $\delta \in \mathbb{R}$ は論文 [19] では 0.1 に設定されている。ここまで解説してきた WNNM のノイズ除去アルゴリズムを Algorithm 1 に示す。

Algorithm 1 WNNM を用いた画像ノイズ除去.

Input: 観測画像 \mathbf{y}

Initialize $\hat{\mathbf{x}}^{(0)} = \mathbf{y}$ and $\mathbf{y}^{(0)} = \mathbf{y}$

for $k = 1 : K$ **do**

反復正則化: $\mathbf{y}^{(k)} = \hat{\mathbf{x}}^{(k-1)} + \delta(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{x}}^{(k-1)})$

for $i = 1 : I$ **do**

類似パッチ行列 $\mathbf{Y}_i^{(k)}$ を探索する.

式 (3.2) より原画像のパッチ行列 \mathbf{X}_i を推定し, その推定結果を $\hat{\mathbf{X}}_i^{(k)}$ とする.

end for

各原画像のパッチ行列 $\hat{\mathbf{X}}_i^{(k)}$ から推定原画像 $\hat{\mathbf{x}}^{(k)}$ を再構成する.

end for

Output: 推定原画像 $\hat{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{x}}^{(K)}$

3.2 テクスチャを考慮した画像ノイズ除去手法

前節で解説した WNNM を含む一般の画像ノイズ除去は、ノイズ除去の際に画像の質感を表現するテクスチャが失われるという問題が存在する。テクスチャの損失は画像の主観的な品質の著しい劣化を生じるため、近年ではテクスチャを考慮したノイズ除去手法 [1–4] が提案されている。テクスチャの損失を防ぎつつノイズ除去をするためには、適切なテクスチャの事前情報（テクスチャモデル）を定義し、観測画像からテクスチャモデルのパラメータを正確に推定する必要がある。本節では、テクスチャモデルとそのパラメータの推定方法について注目をしながら、テクスチャを考慮したノイズ除去手法について解説をし、テクスチャが保存されたノイズ除去をするために必要なテクスチャモデルについて考察する。

3.2.1 GHP

GHP [1] は画素値の勾配（隣り合う画素値の差分）に着目してテクスチャを保存しつつノイズ除去を行う手法であり、Nonlocally centralized sparse representation [18] をベースとしたノイズ除去アルゴリズムを用いて原画像を推定している。

GHP では観測画像の画素値の勾配のヒストグラム（以後勾配ヒストグラムとする）とノイズの確率分布を用いて立てた問題を解くことで、原画像の勾配ヒストグラムを推定する。推定した原画像の勾配ヒストグラムを利用し、反復的なノイズ除去アルゴリズムを用いて原画像を推定している。

この GHP ではテクスチャのモデルは勾配ヒストグラムであり、モデルのパラメータは各々の画像の勾配ヒストグラムの値としてみるができる。しかしながらこの勾配ヒストグラムでは隣接する画素間の関係しか利用できておらず、離れた画素間の関係を利用することができていない。例えば蛇の表皮のように、自然画像のテクスチャはしばしば同じような特徴が離れた（隣接していない）画素位置で繰り返し現れることがある。そのため隣接した画素値の関係のみを利用するこのテクスチャモデルは、よりよいテクスチャ復元をするためには不十分であると考えられる。

3.2.2 Texture variation adaptive image denoising with nonlocal PCA

Zhao らの手法 [2] では、クラスタリングによって集めた類似しているパッチ群に対し、主成分分析と局所最適 Wiener フィルタを適用することで、テクスチャを保存したノイズ

除去を行っている。このウィーナフィルタは線形最小誤差推定フィルタ (LMMSE フィルタ) の特殊な場合であり、原画像の共分散行列の推定が必要とする。

一般に観測画像から原画像の共分散行列を精度よく推定することは難しく、ノイズに影響されずに十分な数の類似したパッチを集めなければならないなどの問題が存在する。この手法ではまず、探索範囲を固定しないクラスタリングによって観測画像パッチの共分散行列を計算する。次にこの観測画像パッチの共分散行列を主成分分析し、主成分分析後の共分散行列とノイズの分散から、主成分分析後の原画像の共分散行列を推定する。

したがって、この手法で用いているテクスチャモデルは主成分分析後の共分散行列であり、テクスチャモデルのパラメータは共分散行列の成分の値としてみることができる。共分散行列は前述した GHP の勾配ヒストグラムとは異なり、パッチ内の全ての画素同士の組み合わせの関係について表現することができる。そのためテクスチャのある種の繰返し性などを含む、テクスチャの特徴を十分に表現できると考えられる。

3.2.3 Image denoising via nonlocal low rank approximation with local structure preserving

Liu らの手法 [3] は、前述した議論で着目した、隣接画素間の関係と離れた画素間の関係の両方に着目し、ノイズ除去を行う手法である。この手法では離れた画素同士の関係を核ノルムを用いて表現する。また隣接画素同士の関係を total variation の拡張である total generalized variation (TGV) を利用して表現する。この TGV は、核ノルム最小化などの低ランク近似を利用したノイズ除去手法 [13, 19] で発生する画像の過度な平滑化によるテクスチャの消失を防ぐことができる。この TGV と核ノルムを用いた最小化問題を解くことで、テクスチャを保存したノイズ除去処理を実現している。

したがってこの手法では、テクスチャモデルは核ノルムと TGV であり、モデルのパラメータは、最小化問題における TGV の重みパラメータであるとみることができる。

一般に最小化問題の重みパラメータを適切に決定することは難しい。この手法では TGV の重みパラメータを、最小化問題を四つの部分問題に分割し、TGV の重みパラメータを含む複数のパラメータを更新しながら反復的に解いていくことで、テクスチャが保存されたノイズ除去を実現している。

3.2.4 既存のテクスチャを考慮した手法の問題点

三つのテクスチャを考慮したノイズ除去手法についての議論をまとめると、テクスチャのモデルの表現力とそのパラメータの推定の困難さにはトレードオフの関係があることがわかる。GHP は勾配ヒストグラムをテクスチャモデルとしており、その原画像のヒストグラムを推定することは比較的容易であるが、十分にテクスチャの特徴を表現できない。対照的に、Zuo らや Liu らの手法では、テクスチャモデルを共分散行列や、TGV と核ノルムの組み合わせによって表現しており、テクスチャの表現力は十分であるが、パラメータを推定することは GHP などと比較して困難である。

よって、本研究ではテクスチャを十分に表現できるテクスチャモデルを定義しながらも、そのパラメータをより簡単に推定できる手法の提案を目標にする。

第 4 章

提案手法

4.1 Stein の補題を用いた画像ノイズ除去

本章では、提案手法である既存のノイズ除去で観測画像をノイズ除去したことで失われたテクスチャの復元手法を解説する。まず、本論では構成成分 $\mathbf{s} \in \mathbb{R}^m$ を次のように定義する。

$$\mathbf{s} = f(\mathbf{y}), \quad (4.1)$$

ここで $f(\cdot) : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m$ は WNNM のノイズ除去のプロセスを表す関数であり、つまり \mathbf{s} は WNNM のノイズ除去画像と定義される。また既存手法 [1–4] とは異なり、提案手法は原画像 \mathbf{x} と WNNM のノイズ除去画像 \mathbf{s} の差分、つまりノイズ除去で失われたテクスチャに着目し、損失テクスチャ $\mathbf{t} \in \mathbb{R}^m$ と定義する。したがって、式 (3.1) の観測画像 \mathbf{y} の観測モデルは次のように拡張される。

$$\mathbf{y} = \mathbf{s} + \mathbf{t} + \mathbf{n}, \quad (4.2)$$

ここで $\mathbf{x} = \mathbf{s} + \mathbf{t}$ であり、上式は式 (3.1) と等価であることを注意されたい。本研究の目的は $\mathbf{t} + \mathbf{n}$ から損失テクスチャ \mathbf{t} を推定することである。

提案手法ではまず初めに、 \mathbf{y} を WNNM を用いてノイズ除去する。この WNNM の最終反復において、提案手法では損失テクスチャパッチ行列 $\mathbf{T}_i \in \mathbb{R}^{L \times M}$ を、画素位置で対応するノイズ除去パッチ行列 \mathbf{S}_i (3.1節における、WNNM の最終反復でのノイズ除去後のパッチ行列 $\hat{\mathbf{X}}_i$) と観測パッチ行列 \mathbf{Y}_i を用いて推定する。提案手法ではこの損失テクスチャパッチ行列 \mathbf{T}_i の推定を、LMMSE フィルタを用いて行う。ここで LMMSE フィルタを使うことは (\mathbf{x}_i に画素位置で対応する) 損失テクスチャパッチ $\mathbf{t}_i \in \mathbb{R}^L$ が多変量正規分布になることを暗に仮定している。そのため本研究では \mathbf{t}_i を多変量正規分布に従うと仮

定する。この仮定に関する予備実験とその結果については 5.1.1 節を参照されたい。この LMMSE フィルタは損失テクスチャ \mathbf{t} とノイズ \mathbf{n} に関する共分散行列を必要とする。しかしながら、損失テクスチャ \mathbf{t} およびノイズ \mathbf{n} を直接的に観測することはできないため、この共分散行列を直接計算することはできない。この問題を解決するために、本研究では Stein の補題と幾つかの仮定を用いて損失テクスチャ \mathbf{t} とノイズ \mathbf{n} に関する共分散行列を推定する。推定した情報と LMMSE フィルタを用いて各々の損失テクスチャパッチ行列 \mathbf{T}_i を推定し、推定した \mathbf{T}_i を画像に再構成することで推定損失テクスチャ $\hat{\mathbf{t}}$ を得る。最後に推定損失テクスチャ $\hat{\mathbf{t}} \in \mathbb{R}^L$ を WNNM のノイズ除去画像 \mathbf{s} に付加することで、損失テクスチャの復元された推定原画像 $\hat{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^L$ を得る。

4.1.1 LMMSE フィルタを用いたテクスチャ復元

提案手法では LMMSE フィルタを用いて損失テクスチャパッチ \mathbf{t}_i を推定する。LMMSE フィルタ $\mathbf{W}_i^* \in \mathbb{R}^{L \times L}$ は以下のように目的関数を用いて定義される。

$$\mathbf{W}_i^* = \underset{\mathbf{W}}{\operatorname{argmin}} \mathbb{E}[\|\mathbf{W}(\mathbf{t}_i + \mathbf{n}_i) - \mathbf{t}_i\|_2^2]. \quad (4.3)$$

ただし、上式の $\|\cdot\|_2$ は ℓ_2 ノルムを表す。式 (4.3) は凸であり、以下のように解くことができる（この証明は付録 A を参照されたい）。

$$\mathbf{W}_i^* = (\mathbf{R}_{\mathbf{t}_i \mathbf{t}_i} + \mathbf{R}_{\mathbf{t}_i \mathbf{n}_i})(\mathbf{R}_{(\mathbf{t}_i + \mathbf{n}_i)(\mathbf{t}_i + \mathbf{n}_i)})^{-1}. \quad (4.4)$$

不幸なことに、損失テクスチャの共分散行列 $\mathbf{R}_{\mathbf{t}_i \mathbf{t}_i} \in \mathbb{R}^{L \times L}$ と損失テクスチャとノイズの共分散行列 $\mathbf{R}_{\mathbf{t}_i \mathbf{n}_i} \in \mathbb{R}^{L \times L}$ は \mathbf{t} と \mathbf{n} が観測できないため、直接計算することはできない。そのため提案手法では Stein の補題と幾つかの仮定を用いてこれらの共分散行列を推定する。

4.1.2 共分散行列の推定

以上の議論から、提案手法では $\mathbf{R}_{\mathbf{t}_i \mathbf{t}_i}$ および $\mathbf{R}_{\mathbf{t}_i \mathbf{n}_i}$ を推定する必要がある。損失テクスチャ \mathbf{t} の定義は $\mathbf{x} - \mathbf{s}$ であり、また \mathbf{s} の値は \mathbf{n} によって変化するため、 \mathbf{t} は \mathbf{n} を入力とする関数の出力としてみるができる。さらに \mathbf{n} は平均 $\mathbf{0}$ 、分散 σ^2 の正規分布に従うと仮定したため、Stein の補題を用いて以下のように $\mathbf{R}_{\mathbf{t}_i \mathbf{n}_i}$ を推定することができる。

$$\mathbf{R}_{\mathbf{t}_i \mathbf{n}_i} = \mathbf{R}_{\mathbf{n}_i \mathbf{t}_i}^\top = \sigma^2 \mathbb{E} \left[\frac{\partial \mathbf{t}_i}{\partial \mathbf{n}_i} \right]. \quad (4.5)$$

上式は推定対象である共分散行列 $\mathbf{R}_{\mathbf{t}_i, \mathbf{n}_i}$ は \mathbf{n}_i が変化した際の \mathbf{t}_i への影響から推定できることを意味する. 式 (4.2) より損失テクスチャパッチ \mathbf{t}_i は $\mathbf{x}_i - \mathbf{s}_i$ と等しく, さらに \mathbf{n}_i の \mathbf{x}_i への影響はゼロとみることができるため, 共分散行列 $\mathbf{R}_{\mathbf{t}_i, \mathbf{n}_i}$ は次のように推定できる.

$$\mathbf{R}_{\mathbf{t}_i, \mathbf{n}_i} = \sigma^2 \left[\frac{\partial \mathbf{t}_i}{\partial \mathbf{n}_i} \right] = \sigma^2 \left[\frac{\partial (\mathbf{x}_i - \mathbf{s}_i)}{\partial \mathbf{n}_i} \right] = -\sigma^2 \left[\frac{\partial \mathbf{s}_i}{\partial \mathbf{n}_i} \right]. \quad (4.6)$$

上式は, ノイズが変化した際の WNNM の出力の変化を解析することで $\mathbf{R}_{\mathbf{t}_i, \mathbf{n}_i}$ を推定できることを意味する. しかしながら, 3.1節で解説したとおり, WNNM のノイズ除去処理は非常に複雑であり, そのまま解析するのは難しい. したがって, 提案手法では WNNM を単純に解析するために線形フィルタに近似することにした.

次項ではこの WNNM の線形近似について解説する.

4.1.3 WNNM のノイズ除去処理の線形近似

WNNM の解析を単純化し, Stein の補題を用いて共分散行列 $\mathbf{R}_{\mathbf{t}_i, \mathbf{n}_i}$ を推定するために, 提案手法では以下のように WNNM 全体のノイズ除去処理を以下のように線形フィルタとして近似する.

$$\mathbf{S}_i = \mathbf{F}_i \mathbf{Y}_i. \quad (4.7)$$

またパッチ行列 \mathbf{Y}_i および \mathbf{S}_i の特異値分解は次のように表される.

$$\mathbf{Y}_i = \mathbf{U}_{\mathbf{Y}_i} \Sigma_{\mathbf{Y}_i} \mathbf{V}_{\mathbf{Y}_i}^\top \text{ and } \mathbf{S}_i = \mathbf{U}_{\mathbf{S}_i} \Sigma_{\mathbf{S}_i} \mathbf{V}_{\mathbf{S}_i}^\top, \quad (4.8)$$

ここで類似パッチの再探索や画像の再構成, 反復正則化によるパッチ行列の更新を無視すると \mathbf{Y}_i および \mathbf{S}_i の特異値分解は共通の左特異行列及び右特異行列をもつ. 提案手法ではこの $\mathbf{U}_{\mathbf{Y}_i}$ および $\mathbf{V}_{\mathbf{Y}_i}$ は $\mathbf{U}_{\mathbf{S}_i}$ および $\mathbf{V}_{\mathbf{S}_i}$ と等しいと仮定する. この仮定に関する予備実験とその結果については 5.1.2節を参照されたい. この仮定により, WNNM は以下の線形フィルタに近似できる.

$$\mathbf{F}_i = \mathbf{U}_{\mathbf{S}_i} \Sigma_{\mathbf{S}_i} \Sigma_{\mathbf{Y}_i}^{-1} \mathbf{U}_{\mathbf{S}_i}^\top. \quad (4.9)$$

また観測パッチ行列 $\tilde{\mathbf{Y}}_i$ の列ベクトルの平均の \mathbf{n}_i による偏微分は, \mathbf{n}_i が正規分布に従う平均 $\mathbf{0}$ の確率変数であることから, 無視できる非常に小さい値であるとみることができる (\mathbf{Y}_i は $\tilde{\mathbf{Y}}_i$ の各列ベクトルから各々の列ベクトルの平均を引いたものである). したがって, WNNM の線形近似が非常に正確であれば, $\frac{\partial \mathbf{s}_i}{\partial \mathbf{n}_i} \approx \mathbf{F}_i$ となる. よって, 式 (4.6) から, $\mathbf{R}_{\mathbf{t}_i, \mathbf{n}_i}$ は次のように推定できる.

$$\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{t}_i, \mathbf{n}_i} = -\sigma^2 \mathbf{F}_i. \quad (4.10)$$

ここで残りの $\mathbf{R}_{\mathbf{t}_i\mathbf{t}_i}$ が推定できれば LMMSE フィルタが計算できる. しかしながら前述のとおり \mathbf{t} は直接観測することができない. そこで本研究では \mathbf{F}_i を用いて次のように $\mathbf{R}_{\mathbf{t}_i\mathbf{t}_i}$ が推定できると仮定した.

$$\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{t}_i\mathbf{t}_i} = 2\sigma^2\mathbf{F}_i. \quad (4.11)$$

この仮定に関する予備実験は 5.1.3項を参照されたい.

4.1.4 ノイズ除去で失われた損失テクスチャの復元

今までの議論から, LMMSE フィルタを用いて \mathbf{t} を推定することが可能になった. しかしながら, 類似パッチ枚数 M はパッチ画素数 L より小さく, そのため $\mathbf{R}_{(\mathbf{t}_i+\mathbf{n}_i)(\mathbf{t}_i+\mathbf{n}_i)}$ の逆行列は計算不可能である. また $\mathbf{R}_{(\mathbf{t}_i+\mathbf{n}_i)(\mathbf{t}_i+\mathbf{n}_i)}$ と等しい $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{t}_i\mathbf{t}_i} + \hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{t}_i\mathbf{n}_i} + \hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{n}_i\mathbf{t}_i} + \sigma^2\mathbf{I}$ を用いることも考えられるが, これでは提案手法は十分な損失テクスチャ推定精度を発揮できない. 本研究では $\mathbf{R}_{(\mathbf{t}_i+\mathbf{n}_i)(\mathbf{t}_i+\mathbf{n}_i)}$ の代わりに $\mathbf{R}_{\mathbf{t}_i\mathbf{t}_i} + \sigma^2\mathbf{I}$ を用いる. したがって, 提案手法では LMMSE フィルタを以下のように計算する.

$$\mathbf{W}_i^* = (\mathbf{R}_{\mathbf{t}_i\mathbf{t}_i} + \mathbf{R}_{\mathbf{t}_i\mathbf{n}_i})(\mathbf{R}_{\mathbf{t}_i\mathbf{t}_i} + \sigma^2\mathbf{I})^{-1}. \quad (4.12)$$

上式と式 (4.10) (4.11) より \mathbf{T}_i は

$$\hat{\mathbf{T}}_i = (\sigma^2\mathbf{F}_i)(2\sigma^2\mathbf{F}_i + \sigma^2\mathbf{I})^{-1}(\tilde{\mathbf{Y}}_i - \tilde{\mathbf{S}}_i), \quad (4.13)$$

と推定される. 全注目パッチにおいて $\hat{\mathbf{T}}_i \in \mathbb{R}^{L \times M}$ を推定し, 推定結果を用いて WNNM のようにパッチから画像に再構成することにより, 最終的な推定損失テクスチャ $\hat{\mathbf{t}} \in \mathbb{R}^m$ を得ることができる. 最後に, $\hat{\mathbf{t}}$ を用いて, 損失テクスチャが復元された推定原画像 $\hat{\mathbf{x}}$ は以下のように計算される.

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{s} + \hat{\mathbf{t}}. \quad (4.14)$$

提案手法では LMMSE フィルタを用いて $\hat{\mathbf{t}}$ を推定しているが, 一般に MSE を最小にするとテクスチャの鮮明さが失われることが知られている. この問題を解決するために, 提案手法では式 (4.14) を拡張し, 以下のように原画像を推定する. これにより鮮明なテクスチャが復元された推定原画像 $\hat{\mathbf{x}}$ を得る.

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{s} + \alpha\hat{\mathbf{t}}, \quad (4.15)$$

ここで $\alpha \in \mathbb{R}$ は損失テクスチャを付加する強度をコントロールするパラメータである. ここまでに用いた仮定が全て正しいのならば, パラメータ α を 1 と設定することは, 提案手法は LMMSE フィルタを適用し, PSNR が最大になるようなノイズ除去画像を得ることを意味する. 提案手法のアルゴリズムを Algorithm 2 に示す.

Algorithm 2 提案手法を用いたテクスチャの復元.

Input: 観測画像 \mathbf{y}

Initialize $\mathbf{s}^{(0)} = \mathbf{y}$ and $\mathbf{y}^{(0)} = \mathbf{y}$

for $k = 1 : K$ **do**

反復正則化: $\mathbf{y}^{(k)} = \mathbf{s}^{(k-1)} + \delta(\mathbf{y} - \mathbf{s}^{(k-1)})$

for $i = 1 : I$ **do**

類似パッチ行列 $\mathbf{Y}_i^{(k)}$ を探索する.

式 (3.2) より原画像のパッチ行列 \mathbf{X}_i を推定し, その推定結果を $\mathbf{S}_i^{(k)}$ とする.

if $k=K$ **then**

Stein の補題と式 (4.11) を用いて $\mathbf{R}_{\mathbf{t}_i, \mathbf{t}_i}$ および $\mathbf{R}_{\mathbf{t}_i, \mathbf{n}_i}$ を推定する.

式 (4.6) より LMMSE フィルタ \mathbf{W}_i^* を計算する.

式 (4.13) よりを推定し \mathbf{T}_i その推定結果を $\hat{\mathbf{T}}_i$ とする

end if

end for

ノイズ除去パッチ行列 $\mathbf{S}_i^{(k)}$ をノイズ除去画像 $\mathbf{s}^{(k)}$ に再構成する.

end for

推定テクスチャパッチ行列 $\hat{\mathbf{T}}_i$ を推定テクスチャ $\hat{\mathbf{t}}$ に再構成する.

Output: 推定原画像 $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{s}^{(K)} + \alpha \hat{\mathbf{t}}$ を得る.

第 5 章

実験

本章では提案手法で用いた仮定に関する確認のための予備実験と、提案手法の有効性を確認する実験を行った。これらの実験をするにあたり二つの画像データセットを用いた。一つ目のデータセットは論文 [3] の実験で用いられたものと同じ十枚のグレースケールの自然画像 (図 5.1) のデータセット (dataset I) である。もう一つは Berkeley segmentation dataset [40] の百枚のグレースケールの自然画像からなるデータセット (BSD100) である。全ての実験は、MATLAB を用いて行い、全ての観測画像は、自然画像に人工的に生成されたノイズを付加することで生成した。



Image01



Image02



Image03

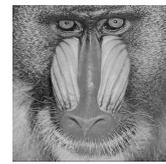


Image04



Image05



Image06



Image07



Image08



Image09



Image10

図5.1: 論文 [3] の実験で用いられている十枚のテスト画像 (dataset I).

5.1 予備実験

5.1.1 損失テクスチャが多変量正規分布に従うという仮定の検証

本研究では \mathbf{t}_i は多変量正規分布に従うと仮定した. この仮定の正当性を検証するために, 真の損失テクスチャパッチ行列 \mathbf{T}_i を用いて実験を行った.

残念なことに, \mathbf{T}_i に含まれるパッチの数は \mathbf{t}_i の画素数よりも少ない. そのため単純に \mathbf{t}_i が多変量正規分布に従うこと検定することは, 提案手法に過剰に有利な条件になってしまう. したがって, この実験では Kolmogorov-Smirnov 検定を用いて, \mathbf{t}_i の各要素が正規分布に従うかどうかを検証する. 真のパッチ行列 \mathbf{T}_i を決定する注目損失テクスチャパッチ \mathbf{t}_i として, BSD100 からランダムに選んだ 20 枚の画像のうち, さらにランダムに選ばれた 40 個のパッチを用いた. またノイズの標準偏差は 20 に設定した.

Kolmogorov-Smirnov 検定の結果, 97% の \mathbf{t}_i の各要素において 0.05 の有意差が確認され, \mathbf{t}_i の各要素が正規分布に従わないという積極的な根拠は見つからなかった. 損失テクスチャパッチ \mathbf{t}_i の各要素が正規分布に従うことは必ずしも, \mathbf{t}_i が多変量正規分布に従うことを意味しないが, 現実的には \mathbf{t}_i が多変量正規分布に従うことを強く示唆する.

5.1.2 観測パッチ行列と対応する WNNM のノイズ除去画像のパッチ行列が共通の特異行列をもつという仮定の検証

ここでは WNNM のノイズ除去処理の線形近似の際に用いた, \mathbf{Y}_i と \mathbf{S}_i は共通の左特異行列および右特異行列をもつという仮定を検証する.

この仮定を検証するために, 以下のように表される二つの行列 $\hat{\Sigma}_{\mathbf{Y}_i}$ および $\hat{\Sigma}_{\mathbf{S}_i}$ の対角行列らしさ (*diagonality*) を評価する.

$$\hat{\Sigma}_{\mathbf{Y}_i} = \mathbf{U}_{\mathbf{S}_i}^\top \mathbf{Y}_i \mathbf{V}_{\mathbf{S}_i} \text{ and } \hat{\Sigma}_{\mathbf{S}_i} = \mathbf{U}_{\mathbf{Y}_i}^\top \mathbf{S}_i \mathbf{V}_{\mathbf{Y}_i}. \quad (5.1)$$

もし \mathbf{Y}_i と \mathbf{S}_i が共通の左特異行列および右特異行列をもつのならば, $\hat{\Sigma}_{\mathbf{Y}_i}$ および $\hat{\Sigma}_{\mathbf{S}_i}$ は対角行列になる. そのため, この *diagonality* を $\hat{\Sigma}_{\mathbf{Y}_i}$ および $\hat{\Sigma}_{\mathbf{S}_i}$ について計算することで, \mathbf{Y}_i と \mathbf{S}_i が共通の左特異行列および右特異行列をもつのか評価できる.

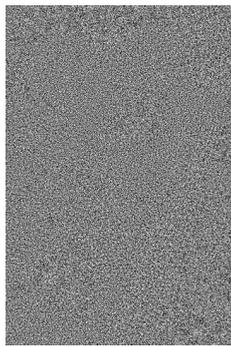
この *diagonality* を評価するために, 本研究では評価関数 $\text{dm}(\cdot)$ を以下のように定義した.

$$\text{dm}(\mathbf{A}) = \frac{\frac{1}{|P|} \sum_{(i,j) \in P} (\mathbf{A}_{i,j})^2}{\frac{1}{|P|} \sum_{(i,j) \in P} (\mathbf{A}_{i,j})^2 + \frac{1}{|D|} \sum_{(i,j) \in D} (\mathbf{A}_{i,j})^2}, \quad (5.2)$$

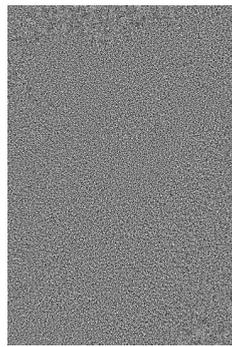
ここで P と D は $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times l}$ の非対角成分および対角成分のインデックスの集合である。この評価関数 $\text{dm}(\mathbf{A})$ が 0 であるということは \mathbf{A} は対角行列であることを意味し、 $\text{dm}(\mathbf{A})$ が 1 であるということは \mathbf{A} の対角成分が全てゼロであることを意味する。

この実験では、5.1.1項の実験と同じ画像および同じパッチを用いた。実験結果では、 $\text{dm}(\hat{\Sigma}_{\mathbf{Y}_i})$ および $\text{dm}(\hat{\Sigma}_{\mathbf{S}_i})$ の平均値は 0.0768 および 0.0480 であった。ただし、 \mathbf{S}_i の最大特異値が非常に小さいとき、LMMSE フィルタ \mathbf{W}_i^* がほぼゼロ行列になり、*diagonality* によらず \mathbf{T}_i の推定精度に影響を与えないため、 \mathbf{S}_i の最大特異値が 0.1 以下であるとき、 $\text{dm}(\hat{\Sigma}_{\mathbf{Y}_i})$ の計算結果は上記の平均値を計算する際には除外した。実験結果から、 $\hat{\Sigma}_{\mathbf{Y}_i}$ と $\hat{\Sigma}_{\mathbf{S}_i}$ は非常に対角行列に近く、したがって、仮定がおおよそ成り立っていることが確認できた。

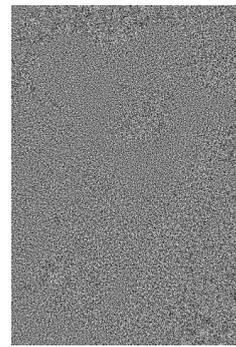
次に推定した損失テクスチャを主観的に評価するために、BSD100 の画像 69015 を用いて、六枚の残差画像である $\mathbf{y} - \mathbf{s}$, $\mathbf{y} - \hat{\mathbf{s}}$, $\mathbf{y} - \mathbf{s} - \hat{\mathbf{t}}$, $\mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}}$, $\hat{\mathbf{t}}$, および \mathbf{t} を図 5.2 に示した (ここで $\hat{\mathbf{s}}$ は WNNM のノイズ除去処理の線形近似である \mathbf{F}_i を \mathbf{Y}_i にかけたものである)。観測画像 \mathbf{y} のノイズの標準偏差は 20 とした。この図より、 $\hat{\mathbf{s}}$ が \mathbf{s} に似ていることから、提案手法の WNNM の線形近似がほぼ正しいことがわかる。さらに、 $\hat{\mathbf{t}}$ は、毛皮や樹皮の表面、黒い背景など、損失テクスチャの強弱にかかわらず \mathbf{t} に似ていることがわかる。



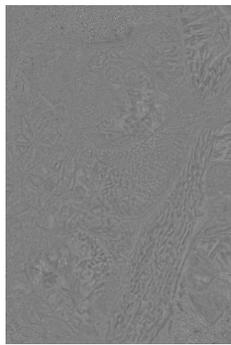
(a) $\mathbf{y} - \mathbf{s}$



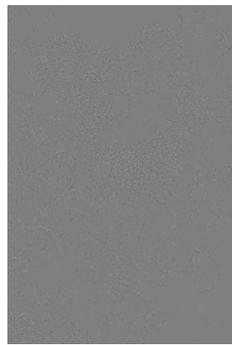
(b) $\mathbf{y} - \hat{\mathbf{s}}$



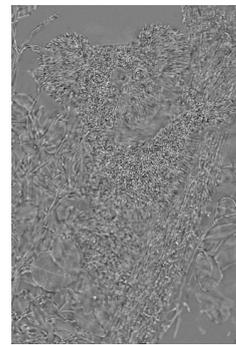
(c) $\mathbf{y} - \hat{\mathbf{s}} - \hat{\mathbf{t}}$



(d) $\mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}}$



(e) $\hat{\mathbf{t}} (= \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{s})$



(f) $\mathbf{t} (= \mathbf{x} - \mathbf{s})$

図5.2: BSD100 の画像 69015 を用いてノイズ除去をした際の六枚の残差画像の比較. 観察のために, 各画像の画素値を三倍にして表示している.

5.1.3 損失テクスチャの共分散行列の推定に関する仮定の検証

提案手法では 4.1.3 節において, $\mathbf{R}_{t_i t_i}$ を $\hat{\mathbf{R}}_{t_i t_i} = 2\sigma^2 \mathbf{F}_i$ で推定できると仮定した. 本項ではこの仮定について検証を行う. 同様の記法を用いて, $\hat{\mathbf{R}}_{t_i t_i} = \beta\sigma^2 \mathbf{F}_i$ としたとき, パラメータ β を動かしたときのノイズ除去性能の変化を観察する.

この実験では dataset I の 10 枚の画像を用い, ノイズの標準偏差を 20 に設定した. パラメータ β を 0 から 3 まで 0.1 刻みで動かし, LMMSE フィルタの計算の際に $\hat{\mathbf{R}}_{t_i t_i} = \beta\sigma^2 \mathbf{F}_i$ を用いてノイズ除去を行った. またこの実験では, PSNR は, 各 β の全ての画像の MSE の平均値から計算した. この PSNR は値が高くなるほど原画像に類似することを意味している. 実験結果を図 5.3 に示す. 図 5.3 より β がほぼ 2 のときに PSNR が最大になることがわかり, したがって, 仮定の正当性が確認された.

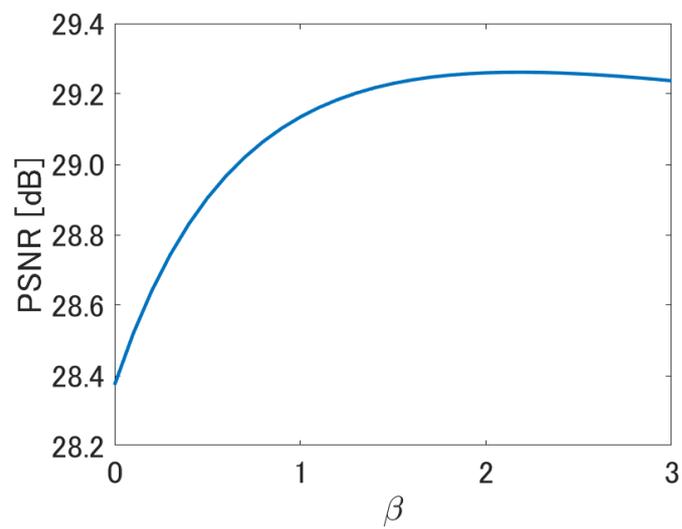


図5.3: パラメータ β を変化させたときの提案手法のノイズ除去性能の変化. この実験では推定損失テクスチャ共分散行列 $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{t}_i \mathbf{t}_i} = \beta \sigma^2 \mathbf{F}_i$ を用いてノイズ除去を行っている.

5.2 提案手法の有効性の確認

本節では、前節で正当性が確認された仮定を提案手法に用いて実験を行い、提案手法の有効性について議論する。はじめに、提案手法と他の非学習系のノイズ除去手法の既存手法である block matching and 3D filtering (BM3D) [14], GHP [1], WNNM [19] とノイズ除去性能の比較を行った。また学習系のノイズ除去手法と提案手法との比較として、denoising convolutional neural network (DnCNN) [12] とノイズ除去性能の比較を行った。またパラメータ α の効果の確認を行った。さらに、推定した共分散行列の推定精度を比較するために、Fréchet 距離を用いて実験を行った。

5.2.1 画像ノイズ除去

Dataset I を用いてノイズ除去した際の各ノイズ除去手法のノイズ除去結果の PSNR と structural similarity (SSIM) [41] を表 5.1 - 5.3 に示す。この PSNR と SSIM は値が高くなるほど原画像に類似することを意味している。また表 5.1 - 5.3 では、各行で最も高い PSNR と SSIM を太字で示した。提案手法の損失テクスチャを付加する強度をコントロールするパラメータである α は、提案手法がどれほど PSNR を改善できるか確認するために、1 に設定した。実験結果より、提案手法は他のノイズ除去手法と比較して PSNR と SSIM の二つの指標において、ノイズ除去性能が高いことが示された。特に WNNM と比較して大きく PSNR が改善された画像では、0.15 [dB] の PSNR の改善があった。次に、同様に BSD100 を用いた各ノイズレベルでのノイズ除去結果の平均を表 5.4 に示す。実験結果より、データセットによらず提案手法ではノイズ除去性能の改善があったことがわかった。

また BSD100 の画像を用いて、提案手法と WNNM の PSNR および SSIM の差について対応ありの片側 t 検定を行った。この検定では帰無仮説を、提案手法の PSNR および SSIM が、WNNM の PSNR および SSIM より小さいと設定した。検定結果の p 値を表 5.4 に示す。実験結果より、 p 値は十分小さく、統計的な有意差が提案手法と WNNM の間にあることが確認された。

また BSD100 の画像でノイズ除去を行った際の、提案手法を WNNM と比較した際の PSNR および SSIM の向上量のヒストグラムを図 5.4 に示す。このヒストグラムはノイズの標準偏差 $\sigma = 10, 20, 30$ の全ての提案手法と WNNM のノイズ除去の結果を用いて計算した。実験結果より、多くの画像で提案手法は PSNR および SSIM の向上に成功してい

ることがわかる。

さらに、実験で提案手法と WNNM の計算時間を計測した。実験で得られた各々の手法の計算時間の平均を表 5.5 に示す。実験では、計算時間を測る際はノイズレベルごとに、BSD100 の各画像からノイズの実現値の異なる 10 枚の観測画像を生成し、計 1000 枚の観測画像をノイズ除去することで計算時間を計測した。実験結果では、提案手法の WNNM に対する追加の計算時間（提案手法は WNNM でノイズ除去した後に損失テクスチャの復元を行うことに注意されたい）は、WNNM の計算時間の 7-13% であった。この追加の時間的コストをユーザーが支払うことを考慮しても、提案手法によって得られる PSNR や SSIM の向上量は十分であると考えられる。

次に、dataset I を用いて提案手法と DnCNN [12] とのノイズ除去性能の比較を行った。ノイズの標準偏差 σ は 15 とし、損失テクスチャを付加する強度をコントロールするパラメータ α は 1 に設定した。実験では、DnCNN の著者らの PyTorch を用いた実装の、 $\sigma = 15$ で学習済みのモデルを利用した。実験結果を表 5.6 に示す。実験結果では、DnCNN の WNNM に対する PSNR の向上は平均で 0.30[dB] であるのに対し、提案手法は 0.10[dB] であった。なお、DnCNN は学習を必要とするノイズ除去処理がブラックボックスな手法であり、処理の根拠を知ることが一般に困難な手法であるのに対し、提案手法は学習を必要とせずノイズ除去処理を全て説明可能なホワイトボックスな手法である。

次にパラメータ α の効果を検証するために、実験として出力画像の SSIM を最大にするような α （以後、 α_{SSIM} ）を探索した。この α_{SSIM} は α を 0 から 8 まで 0.01 刻みで線形探索をすることによって得た。視覚的な画像の品質を比較するために、原画像、観測画像、GHP の出力画像、WNNM の出力画像、提案手法の (α_{SSIM} を用いた) 出力画像を図 5.5 – 5.9 に示す。また図 5.5 – 5.9 における WNNM の出力画像および提案手法の出力画像の赤枠の部分拡大した結果を図 5.10 – 5.11 に示す。これらの図から、 α を適切に選ぶことで知覚的品質と SSIM が劇的に向上することがわかった。特に図 5.8 (a) – (e) の画像 196073 を用いたノイズ除去結果に注目すると、提案手法は WNNM と比較して SSIM が 0.073 向上していることがわかる。次に各画像で推定目標である \mathbf{t} と推定した $\alpha\hat{\mathbf{t}}$ を図 5.12–5.13 に示した。これらの図にある各画像は比較を簡単にするために、画素値を三倍に強調していることに注意されたい。これらの図より、 $\hat{\mathbf{t}}$ は \mathbf{t} と比較して、石の表面やサンゴ、蛇の表皮や海面などの損失テクスチャが非常に似ていることがわかる。次に BSD100 での α_{SSIM} のヒストグラムを図 5.14 に示す。このヒストグラムは各ノイズの標準偏差 ($\sigma=10, 20, 30$) での α_{SSIM} の頻度を表したものである。この図から全ての画像に共通する単一で最適な α_{SSIM} の値は存在しないことがわかる。しかしながら、多くの場合において $\alpha = 2$ とすることで SSIM が向上することがわかる。

また各々のノイズの標準偏差 $\sigma = 10, 20, 30$ について, α を 0 から 8 まで 0.01 刻みで変化させたときの SSIM の変化を図 5.15 - 5.17 に示す. このときデータセットは BSD100 を用い, SSIM は各 α で平均をとった. 図より, どのノイズの標準偏差でも α を 1 より大きくすることで平均的な SSIM がさらに向上する可能性があることがわかる. またどのノイズの標準偏差でも $\alpha = 2$ とすることで SSIM の平均がおおよそ最大になることがわかる.

さらに, α_{SSIM} と同様に, 実験として PSNR を最大にするような α (α_{PSNR} とする) を探索した. この α_{PSNR} は 0 から 8 まで 0.01 刻みで線形探索をすることで得た. 図 5.18 に α_{PSNR} のヒストグラムを示す. 図より, 多くの場合において, $\alpha = 1$ とすることで, 最も PSNR の高いノイズ除去画像を得ることができることが確認された.

表5.1: Dataset I を用いたノイズ除去での PSNR[dB] と SSIM の比較 (ノイズの標準偏差 $\sigma = 10$).

	BM3D	GHP	WNNM	提案手法
Image01	34.31/0.932	34.31/0.925	34.70/0.935	34.74/0.937
Image02	32.99/0.887	32.97/0.884	33.12/0.889	33.23/0.896
Image03	31.64/0.907	31.79/0.909	31.86/0.910	31.95/0.916
Image04	30.58/0.898	30.66/0.904	30.76/0.900	30.80/0.905
Image05	32.59/0.946	32.52/0.932	32.88/0.948	32.89/0.949
Image06	33.61/0.917	33.61/0.905	33.90/0.921	33.99/0.925
Image07	34.19/0.898	34.11/0.894	34.41/0.902	34.48/0.906
Image08	31.48/0.908	31.51/0.907	31.73/0.912	31.80/0.917
Image09	35.12/0.946	34.96/0.934	35.30/0.946	35.35/0.948
Image10	31.71/0.912	31.76/0.907	31.84/0.913	31.92/0.917
Average	32.82/0.915	32.82/0.910	33.05/0.918	33.11/0.922

表5.2: Dataset I を用いたノイズ除去での PSNR[dB] と SSIM の比較 (ノイズの標準偏差 $\sigma = 20$).

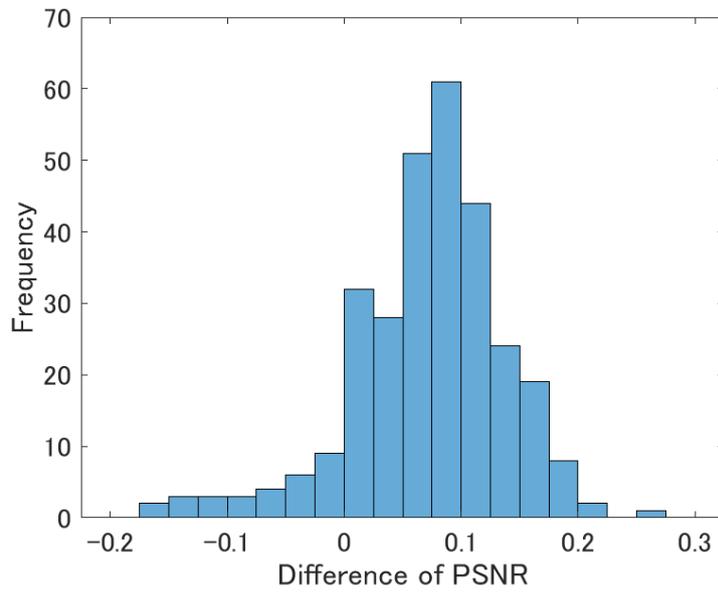
	BM3D	GHP	WNNM	提案手法
Image01	30.47/0.868	30.58/0.869	30.81/0.872	30.91/0.875
Image02	29.55/0.765	29.67/ 0.778	29.64/0.765	29.77/0.777
Image03	27.82/0.796	28.10/ 0.816	28.06/0.802	28.21/0.815
Image04	26.61/0.793	26.74/0.803	26.80/0.798	26.91/0.809
Image05	28.30/0.881	28.48/0.884	28.58/0.883	28.70/0.888
Image06	29.96/0.828	30.21/ 0.841	30.25/0.833	30.38/0.841
Image07	30.97/0.812	31.00/0.816	31.03/0.811	31.11/0.817
Image08	27.22/0.806	27.41/0.818	27.54/0.815	27.69/0.827
Image09	31.35/0.895	31.39/ 0.896	31.52/0.895	31.60/0.896
Image10	27.82/0.803	27.98/0.813	27.96/0.807	28.11/0.819
Average	29.01/0.825	29.16/0.833	29.22/0.828	29.34/0.837

表5.3: Dataset I を用いたノイズ除去での PSNR[dB] と SSIM の比較 (ノイズの標準偏差 $\sigma = 30$).

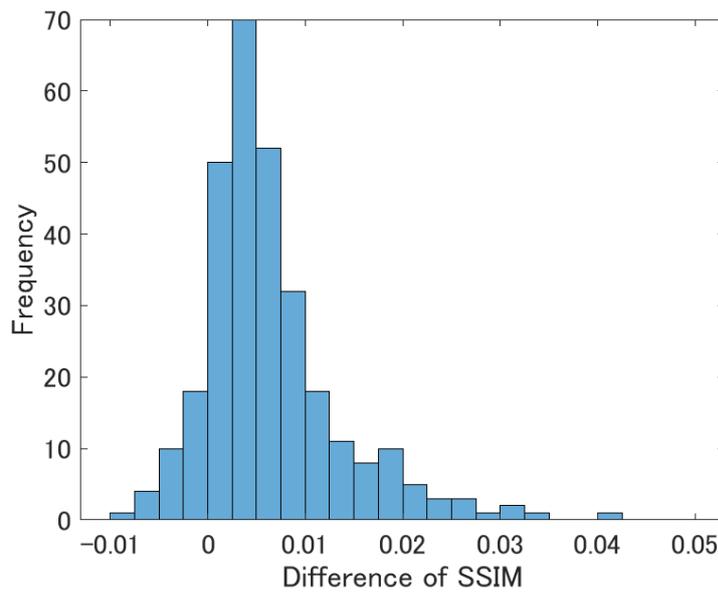
	BM3D	GHP	WNNM	提案手法
Image01	28.51/0.817	28.57/0.818	28.75/0.822	28.83/0.824
Image02	28.03/0.688	28.03/ 0.700	28.07/0.684	28.13/0.694
Image03	26.08/0.719	26.21/0.738	26.29/0.727	26.39/0.740
Image04	24.57/0.703	24.68/0.718	24.81/0.714	24.92/0.729
Image05	26.04/0.813	26.28/0.819	26.38/0.823	26.51/0.831
Image06	28.22/0.762	28.43/ 0.778	28.50/0.770	28.59/0.776
Image07	29.37/0.756	29.24/0.757	29.43/0.755	29.45/0.759
Image08	25.13/0.724	25.34/0.744	25.46/0.738	25.60/0.751
Image09	29.48/0.854	29.47/0.855	29.65/ 0.856	29.70/0.855
Image10	26.00/0.718	26.09/0.733	26.14/0.725	26.25/0.738
Average	27.14/0.755	27.24/0.766	27.35/0.761	27.44/0.770

表5.4: BSD100 でノイズ除去をした際の PSNR [dB] と SSIM の比較. 表中の p 値は WNNM と提案手法の PSNR および SSIM の差を片側 t 検定した際の結果である.

	BM3D	GHP	WNNM	提案手法	p 値
$\sigma = 10$	33.13/0.913	33.10/0.911	33.36/0.916	33.42/0.920	$5.3 \times 10^{-16} / 3.8 \times 10^{-20}$
$\sigma = 20$	29.42/0.824	29.49/0.832	29.64/0.829	29.74/0.837	$4.6 \times 10^{-26} / 3.3 \times 10^{-19}$
$\sigma = 30$	27.56/0.759	27.58/0.769	27.78/0.766	27.84/0.773	$1.7 \times 10^{-16} / 6.8 \times 10^{-13}$
Average	30.03/0.832	30.06/0.837	30.26/0.837	30.33/0.843	—



(a) 提案手法と WNNM の PSNR の差分のヒストグラム



(b) 提案手法と WNNM の SSIM の差分のヒストグラム

図5.4: BSD100 でノイズの標準偏差 $\sigma = 10, 20, 30$ でノイズ除去した際の、各画像、各ノイズの標準偏差での提案手法と WNNM の PSNR および SSIM の差分のヒストグラム. 実験では、提案手法の PSNR および SSIM から WNNM の PSNR および SSIM を引くことでヒストグラムを計算した.

表5.5: 提案手法と WNNM の計算時間 [s] の平均値の比較.

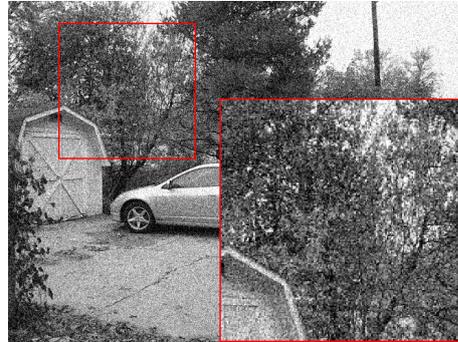
	WNNM	提案手法 (WNNM + テクスチャ復元)
$\sigma = 10$	149	169
$\sigma = 20$	148	167
$\sigma = 30$	311	334

表5.6: Dataset I を用いた非学習系のノイズ除去手法 (WNNM および提案手法) と学習系のノイズ除去手法 (DnCNN) の PSNR [dB] および SSIM によるノイズ除去性能の比較 (ノイズの標準偏差 $\sigma = 15$). 提案手法は学習を必要とせず, そのノイズ除去処理を全て説明可能である. 太字で強調されている数値は非学習系のノイズ除去手法のノイズ除去結果のなかで最も高い PSNR や SSIM を意味している.

	WNNM	提案手法	DnCNN
Image01	32.38/0.902	32.45/0.905	32.70/0.911
Image02	31.00/0.824	31.13/0.834	31.38/0.845
Image03	29.53/0.853	29.67/0.864	29.89/0.872
Image04	28.37/0.847	28.45/0.856	28.59/0.860
Image05	30.30/0.916	30.37/0.919	30.53/0.922
Image06	31.69/0.876	31.81/0.882	31.82/0.886
Image07	32.37/0.852	32.45/0.858	32.68/0.867
Image08	29.20/0.862	29.32/0.871	29.58/0.877
Image09	33.00/0.919	33.08/0.921	33.35/0.927
Image10	29.47/0.858	29.60/0.867	29.79/0.874
Average	30.73/0.871	30.83/0.878	31.03/0.884



(a) 原画像 (Image08)
(PSNR / SSIM)



(b) Noisy image
($\sigma = 30$)



(c) GHP
(25.34 dB / 0.744)

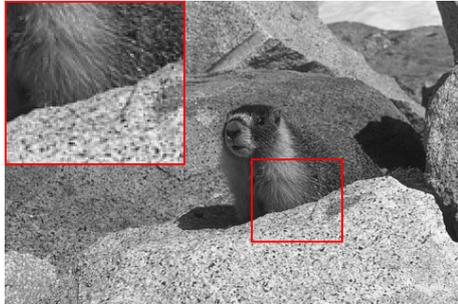


(d) WNNM
(**25.46** dB / 0.738)

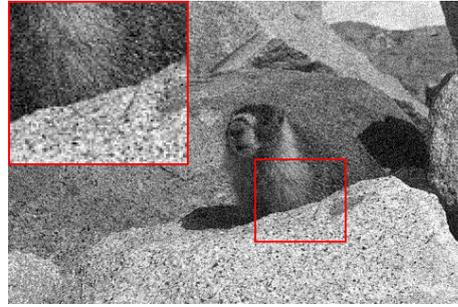


(e) 提案手法 ($\alpha = 2.62$)
(25.40 dB / **0.759**)

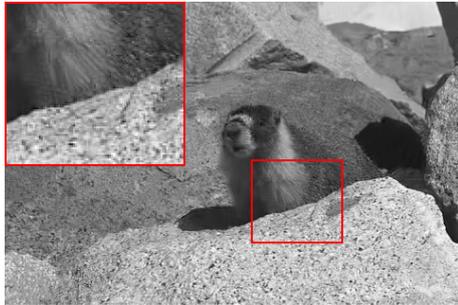
図5.5: WNNM, GHP および提案手法のノイズ除去性能の比較 (Image08).



(a) 原画像 (41069)
(PSNR / SSIM)



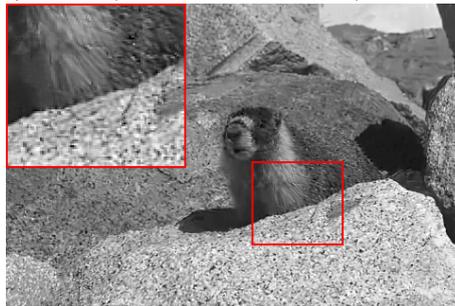
(b) 観測画像
($\sigma = 20$)



(c) GHP
(**26.18** dB / 0.775)

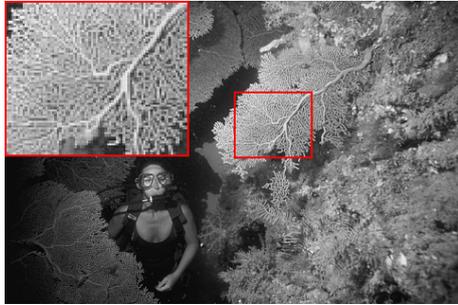


(d) WNNM
(26.07 dB / 0.754)

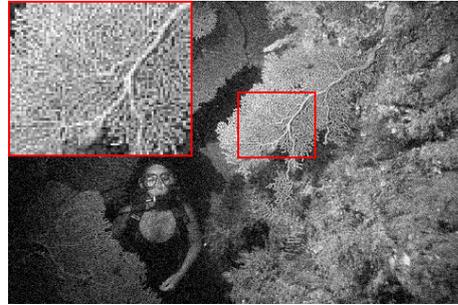


(e) 提案手法 ($\alpha = 3.15$)
(25.89 dB / **0.797**)

図5.6: WNNM, GHP および提案手法のノイズ除去性能の比較 (41069).



(a) 原画像 (156065)
(PSNR / SSIM)



(b) Noisy image
($\sigma = 20$)



(c) GHP
(26.98 dB / 0.750)

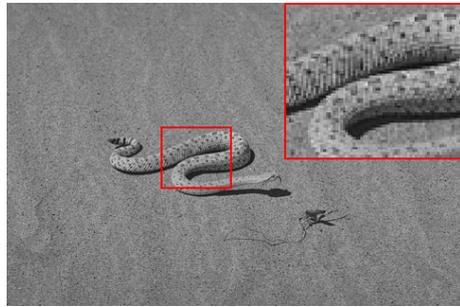


(d) WNNM
(26.92 dB / 0.733)

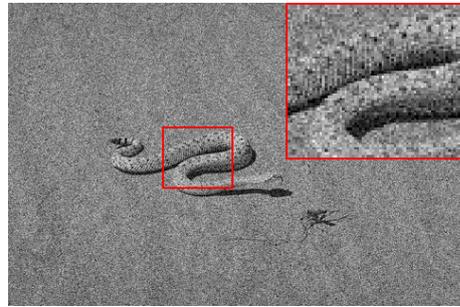


(e) 提案手法 ($\alpha = 3.12$)
(26.79 dB / **0.767**)

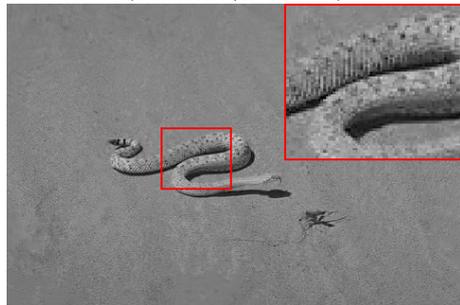
図5.7: WNNM, GHP および提案手法のノイズ除去性能の比較 (156065).



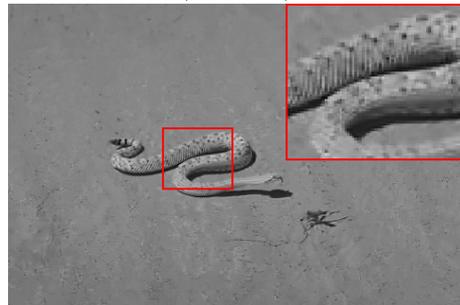
(a) 原画像 (196073)
(PSNR / SSIM)



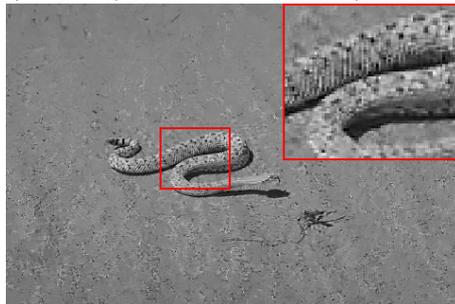
(b) Noisy image
($\sigma = 20$)



(c) GHP
(28.00 dB / 0.616)



(d) WNNM
(27.76 dB / 0.547)



(e) 提案手法 ($\alpha = 5.10$)
(27.16 dB / **0.620**)

図5.8: WNNM, GHP および提案手法のノイズ除去性能の比較 (196073).

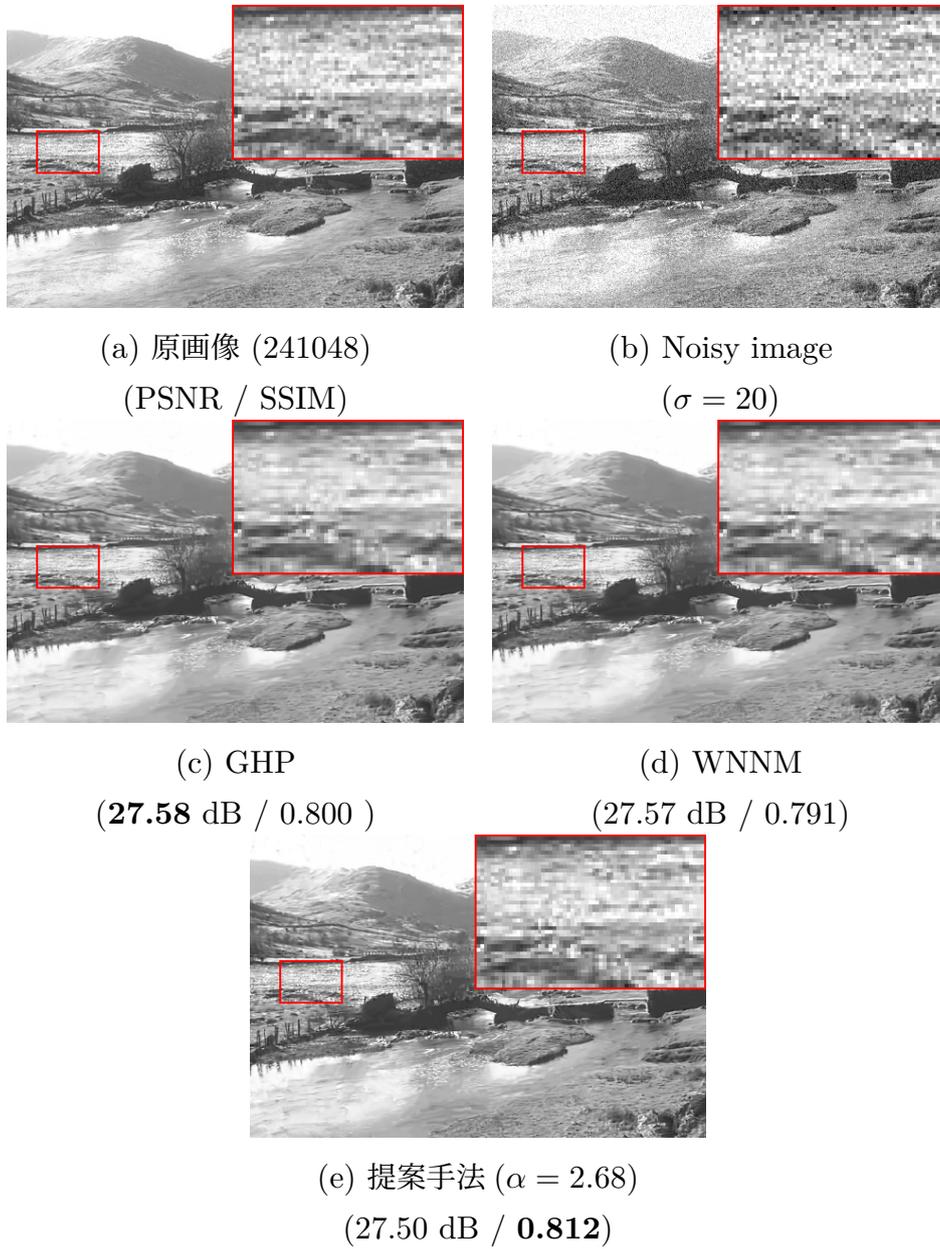


図5.9: WNNM, GHP および提案手法のノイズ除去性能の比較 (241048).



(a) WNNM (Image08)



(b) 提案手法
(Image08, $\alpha = 2.62$)



(c) WNNM (41069)



(d) 提案手法
(41069, $\alpha = 3.15$)



(e) WNNM (156065)



(f) 提案手法
(156065, $\alpha = 3.12$)

図5.10: 図 5.5 – 5.7における WNNM の出力画像および提案手法の出力画像の赤枠の部分を拡大した結果.

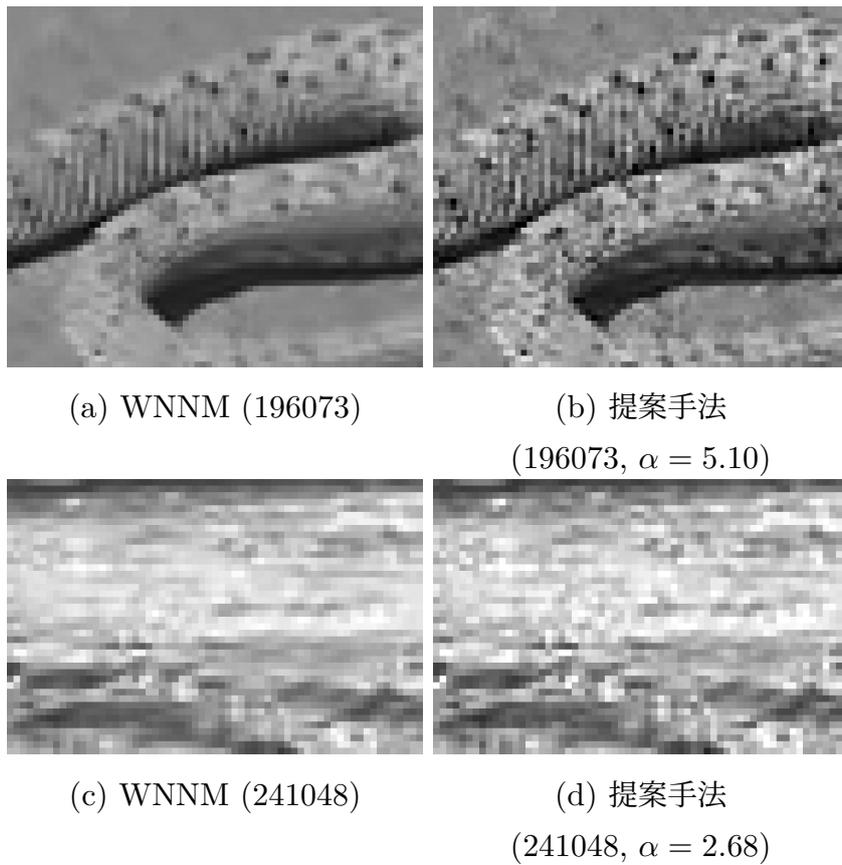


図5.11: 図 5.8 – 5.9における WNNM の出力画像および提案手法の出力画像の赤枠の部分を拡大した結果.

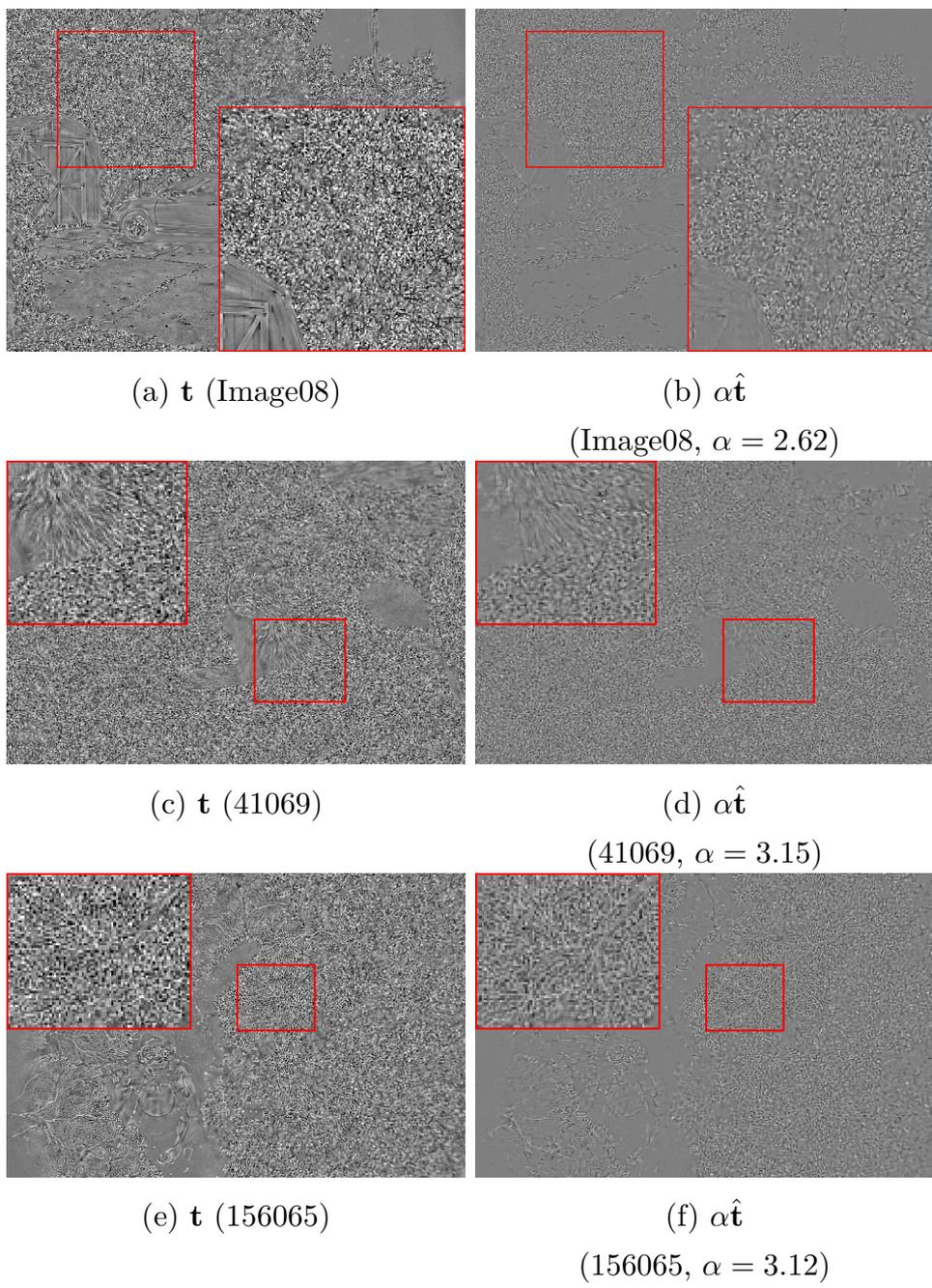


図5.12: 真の損失テクスチャ \mathbf{t} および提案手法で推定した損失テクスチャ $\hat{\mathbf{t}}$ の比較. 各画像の画素値は観察のために三倍に強調している.

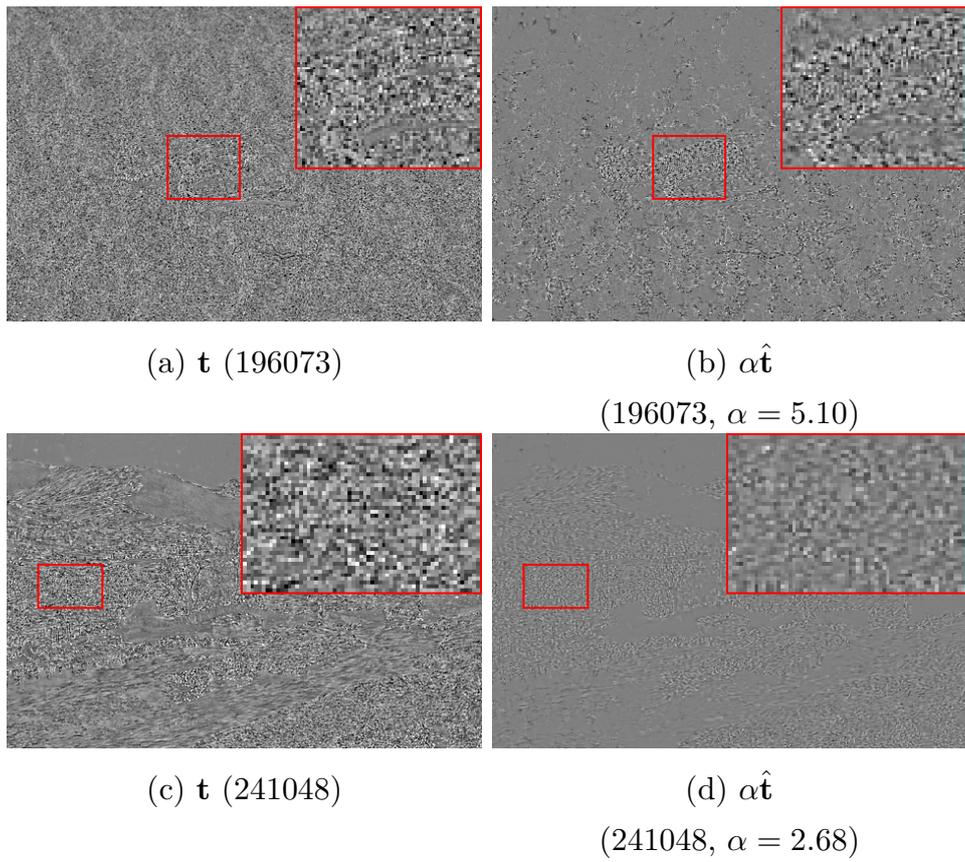


図5.13: 真のテクスチャ損失 \mathbf{t} および提案手法で推定した損失テクスチャ $\hat{\mathbf{t}}$ の比較. 各画像の画素値は観察のために三倍に強調している.

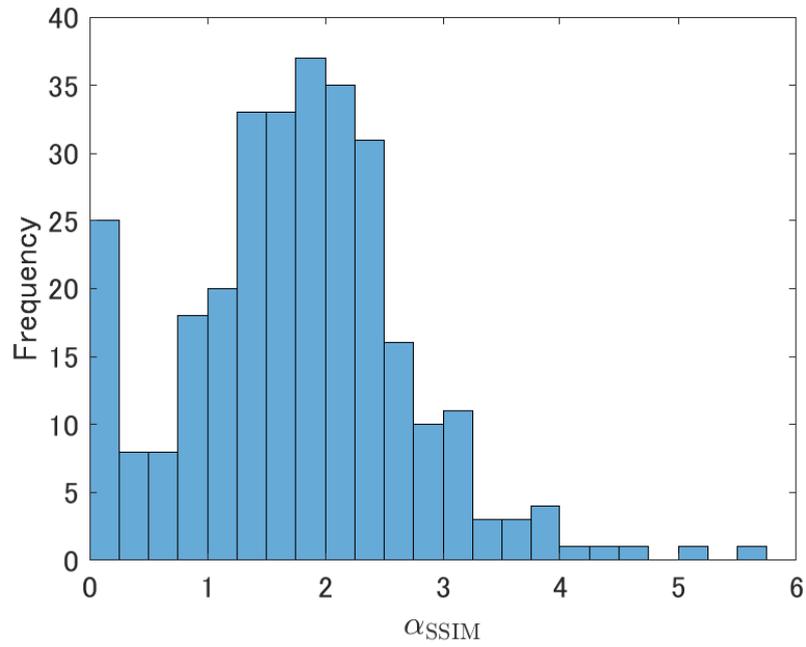


図5.14: 各出力画像の SSIM を最大にする α の値のヒストグラム.

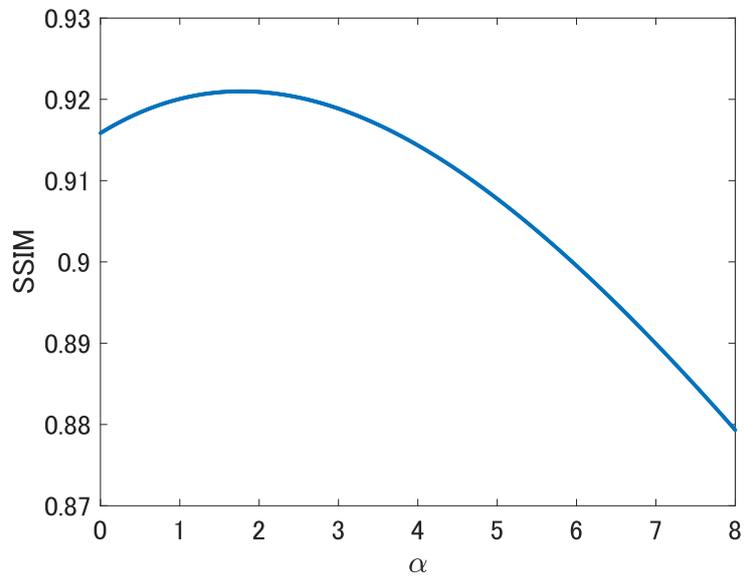


図5.15: α を変化させたときの BSD100 での提案手法の出力画像の SSIM の平均の変化 ($\sigma = 10$).

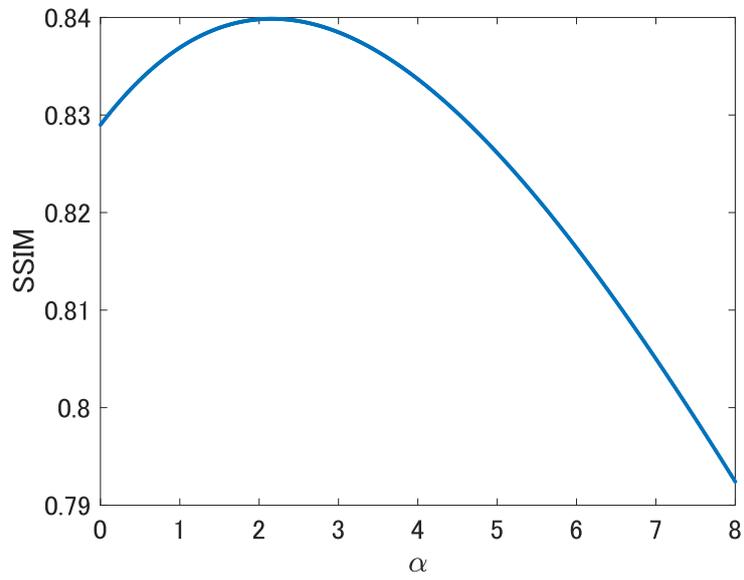


図5.16: α を変化させたときの BSD100 での提案手法の出力画像の SSIM の平均の変化 ($\sigma = 20$).

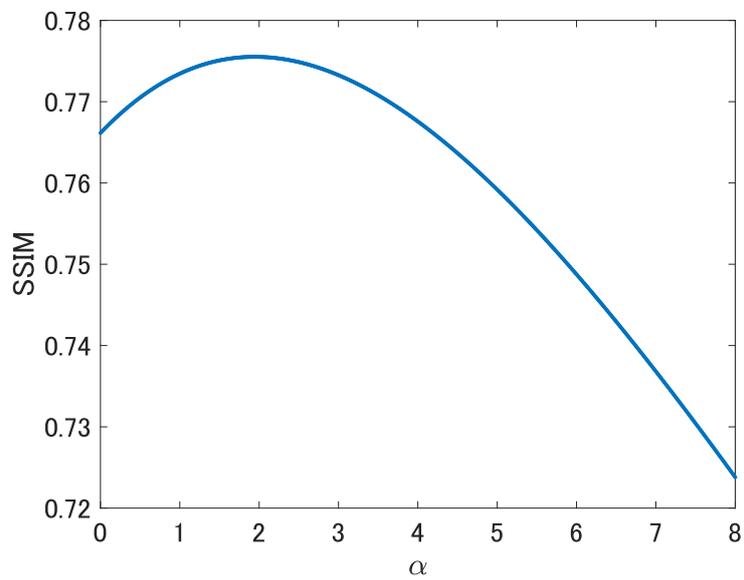


図5.17: α を変化させたときの BSD100 での提案手法の出力画像の SSIM の平均の変化 ($\sigma = 30$).

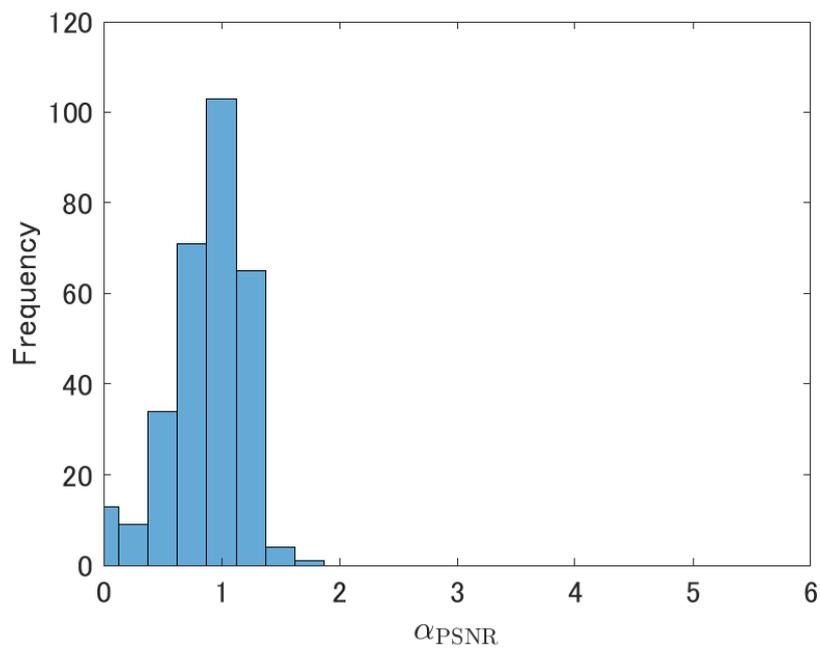


図5.18: 各出力画像の PSNR を最大にする α の値のヒストグラム.

5.2.2 損失テクスチャ共分散行列の推定精度の実験

本項では二つの損失テクスチャの共分散行列の推定精度を比較する．一つ目は提案手法で推定した損失テクスチャの共分散行列 $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{t}_i \mathbf{t}_i}$ ，二つ目は以下のように単純に推定した損失テクスチャの共分散行列 $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{t}_i \mathbf{t}_i}^{\text{smp}}$ である．

$$\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{t}_i \mathbf{t}_i}^{\text{smp}} = h((\mathbf{T}_i + \mathbf{N}_i)(\mathbf{T}_i + \mathbf{N}_i)^\top - \sigma^2 \mathbf{I}), \quad (5.3)$$

ここで $h(\cdot)$ は入力の負の固有値をゼロに置き換える関数であり，半正定値行列への射影を表す．

実験ではこれら二つの損失テクスチャの共分散行列の推定精度を評価するために Fréchet 距離を計算した．この Fréchet 距離は二つの確率分布の距離を測ることができるものである．また二つの多変量正規分布についての Fréchet 距離の計算方法は Dowson と Landau によって考案されている [42]．近年では深層学習を利用した画像生成の分野において，生成画像と自然画像の類似度を測るためにこの Fréchet 距離が用いられている [43]．予備実験の結果から，実験では損失テクスチャ \mathbf{t} は多変量正規分布に従うと仮定した．ある多変量正規分布従う確率変数 $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^d$ について，その平均ベクトルを $\boldsymbol{\mu}_a = \mathbb{E}[\mathbf{a}] \in \mathbb{R}^d$ ，共分散行列を \mathbf{R}_{aa} としたとき ($\mathbf{a} \sim \mathcal{N}_d(\boldsymbol{\mu}_a, \mathbf{R}_{aa})$)，その確率分布は次のように表される．

$$p(\mathbf{a}) = \frac{1}{(\sqrt{(2\pi)^d \det(\mathbf{R}_{aa})})} \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{a} - \boldsymbol{\mu}_a)^\top \mathbf{R}_{aa}^{-1}(\mathbf{a} - \boldsymbol{\mu}_a)\right). \quad (5.4)$$

また，二つの多変量正規分布 $\mathcal{N}_d(\boldsymbol{\mu}_a, \mathbf{R}_{aa})$ および $\mathcal{N}_d(\boldsymbol{\mu}_b, \mathbf{R}_{bb})$ についての Fréchet 距離は次のように計算される．

$$\|\boldsymbol{\mu}_a - \boldsymbol{\mu}_b\|_2^2 + \text{tr}(\mathbf{R}_{aa} + \mathbf{R}_{bb} - 2(\mathbf{R}_{aa} \mathbf{R}_{bb})^{\frac{1}{2}}). \quad (5.5)$$

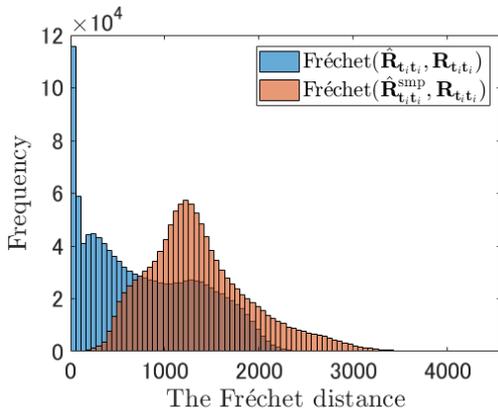
損失テクスチャの平均ベクトルを $\mathbf{0}$ とすると，提案手法で推定したテクスチャ共分散行列 $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{t}_i \mathbf{t}_i}$ と原画像を用いて計算した真のテクスチャ共分散行列 $\mathbf{R}_{\mathbf{t}_i \mathbf{n}_i}$ の Fréchet 距離は次のように計算できる．

$$\text{Fréchet}(\mathbf{R}_{\mathbf{t}_i \mathbf{t}_i}, \hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{t}_i \mathbf{t}_i}) = \text{tr}(\mathbf{R}_{\mathbf{t}_i \mathbf{t}_i} + \hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{t}_i \mathbf{t}_i} - 2(\mathbf{R}_{\mathbf{t}_i \mathbf{t}_i} \hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{t}_i \mathbf{t}_i})^{\frac{1}{2}}). \quad (5.6)$$

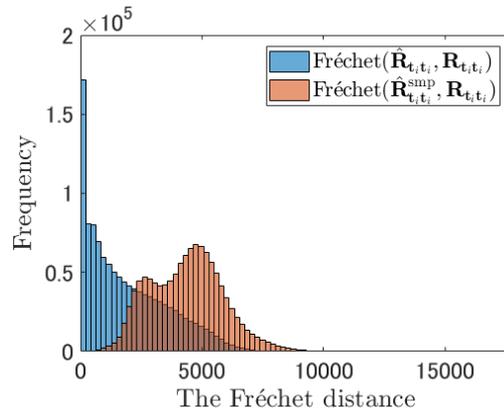
また単純に推定した損失テクスチャ共分散行列 $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{t}_i \mathbf{t}_i}^{\text{smp}}$ と $\mathbf{R}_{\mathbf{t}_i \mathbf{t}_i}$ との Fréchet 距離は，上式の $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{t}_i \mathbf{t}_i}$ を $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{t}_i \mathbf{t}_i}^{\text{smp}}$ に置き換えることで計算できる．

図 5.19 に実験結果の Fréchet 距離のヒストグラムを示す．このヒストグラムは dataset I の各画像の各パッチ行列を用いて計算された．ただし計算誤差によって生じた非常に少

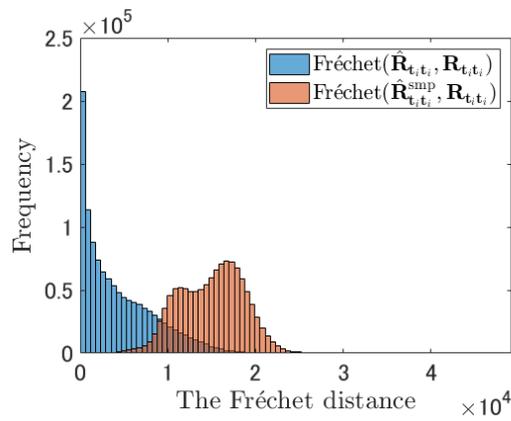
ない外れ値は無視している. 図 5.19より, 全てのノイズレベルにおいて, 提案手法で推定した $\hat{\mathbf{R}}_{t_i t_i}$ は $\hat{\mathbf{R}}_{t_i t_i}^{\text{smp}}$ より真の損失テクスチャ共分散行列 $\mathbf{R}_{t_i t_i}$ に近いことが確認できた.



(a) $\sigma = 10$



(b) $\sigma = 20$



(c) $\sigma = 30$

図5.19: 二つの Fréchet 距離のヒストグラム. 一つは提案手法で推定した損失テクスチャ共分散行列と真の損失テクスチャ共分散行列との Fréchet 距離. もう一つはサンプルから単純に推定した損失テクスチャ共分散行列と真の損失テクスチャ共分散行列との Fréchet 距離. グラフの表示範囲に入らない非常に僅かな外れ値が存在している.

第6章

結論

本研究ではノイズとノイズ除去で失われたテクスチャの混ざった成分からノイズ除去で失われたテクスチャを推定することを目的に、その方法の提案と提案手法の有効性の確認をした。

まず3章ではテクスチャを考慮していないノイズ除去手法である WNNM や、テクスチャを考慮したノイズ除去手法である GHP, Zhao らの手法および Liu らの手法について解説し、既存のノイズ除去手法の問題点について考察した。

4章ではまず、3章の考察結果を元に、テクスチャの消失しないノイズ除去手法について提案をした。本研究ではノイズ除去の際に失われたテクスチャに着目し、損失テクスチャと定義することを提案した。またテクスチャモデルは損失テクスチャを用いた共分散行列とした。さらに損失テクスチャの推定には、テクスチャモデルである損失テクスチャの共分散行列を必要とする、LMMSE フィルタを用いることとした。テクスチャモデルのパラメータである、損失テクスチャの共分散行列および損失テクスチャとノイズの共分散行列の各成分は、損失テクスチャとノイズが直接観測できないために直接計算することはできない。本研究では、これらの共分散行列を Stein の補題といくつかの仮定を用いて推定する方法を提案した。

5章では提案手法に用いた仮定の正当性や提案手法の有効性について実験を行った。まず予備実験により、提案手法で用いた経験的な仮定について確認を行った。予備実験でははじめに、損失テクスチャのパッチが多変量正規分布に従うという仮定の正当性を確認した。次に、観測パッチ行列と WNNM のノイズ除去画像のパッチ行列が共通の左特異行列および右特異行列をもつという仮定の正当性を確認した。最後に、損失テクスチャの共分散行列の推定の際に用いた仮定の正当性を確認した。実験結果より、提案手法で用いた仮定の、その正当性について実験的に確認できた。次に本実験では、提案手法の有

効性について確認を行った。実験結果より、非学習系の最先端のノイズ除去手法である WNNM の出力画像と比較して、提案手法の出力画像の PSNR と SSIM が、それぞれ平均して 0.07 [dB] および 0.06 高いことが確認できた。さらに対応ありの片側 t 検定により提案手法と WNNM のノイズ除去の性能に有意差があることを確認した。また、提案手法の WNNM のに対する PSNR および SSIM の向上量について、ヒストグラムで確認した。実験結果より、提案手法は多くの画像で PSNR および SSIM の向上に成功していることが確認できた。さらに、提案手法と学習系のノイズ除去手法である DnCNN とのノイズ除去性能の比較を行った。実験結果では、提案手法の WNNM のに対する PSNR の向上は平均で 0.10 [dB] であるのに対し、DnCNN は 0.30 [dB] であった。なお、比較対象である DnCNN は学習を必要とし、そのノイズ除去処理はブラックボックスであるのに対し、提案手法は学習を必要とせず、そのノイズ除去処理は全て説明可能なホワイトボックスな手法である。次に、提案手法が独立に推定した損失テクスチャが、任意の強度でノイズ除去画像に付加可能であることを利用して、SSIM をさらに向上させることができるか実験を行った。実験結果より、適切な強度で損失テクスチャをノイズ除去画像に付加することで SSIM がさらに向上することが実験により確認された。また適切な強度で損失テクスチャを付加することで、画像のぼやけたエッジやテクスチャをより鮮明にできることを視覚的に確認した。さらに、提案手法で推定した損失テクスチャの共分散行列が単純な推定法で推定した損失テクスチャの共分散行列と比較して真の損失テクスチャ行列に近いことを、多次元正規分布間の距離関数として一般的な Fréchet 距離を用いて示した。ノイズの標準偏差 $\sigma = 10, 20, 30$ のとき、WNNM の各々のノイズの標準偏差での平均の計算時間は 169, 167, 334 秒であり、提案手法の必要とする追加の計算時間は 20, 19, 23 秒 (WNNM 自体の計算時間の 7-13%) であった。これは PSNR や SSIM の向上分を考慮すると許容範囲内であるといえる。

実験結果より、提案手法を用いることで WNNM と比較して PSNR と SSIM が向上したことから、ノイズと損失テクスチャの混ざった成分から損失テクスチャ (ノイズ除去によって失われたテクスチャ) を推定でき、本研究の目的を達成できたといえる。

本研究の貢献は以下のとおりである。

- 原画像と既存手法のノイズ除去画像の差分に着目し損失テクスチャとする新しいテクスチャの定義を導入し、定義した損失テクスチャを推定する手法を提案した。
- 損失テクスチャの定義を用いることで、ノイズ除去画像を得るまでのノイズ除去処理の情報を損失テクスチャの復元に利用できるという新しい試みとその方法を提案した。

- 損失テクスチャを推定する手法を提案し、その有効性を PSNR, SSIM を用いて示した.
- 提案手法で用いた幾つかの経験的な仮定についてその有効性を実験的に評価することで、明示的でない損失テクスチャの性質に関する知見が得られた.

本研究で未だに解決されていない課題として、損失テクスチャの推定の際に用いた経験的な仮定について、実験的に有効性を確かめただけであり、理論的な解析ができていないことが挙げられる。また本研究は WNNM で失われた損失テクスチャについて、その推定方法と有効性を明らかにしたものであり、この研究で得られた知見を他のノイズ除去手法へ応用することも残された課題であるといえる。

本論文では単純なノイズ除去のみを対象とし、評価尺度としては PSNR と SSIM のみを用いていたが、この手法をぼけ除去などの一般の画像復元に応用することができれば、1.1 節で述べた MRI 等の画像復元にも応用が可能であると考えられる。また、画像認識においてはテクスチャが重要な役割を果たしていることが指摘されており、画像認識における認識率を評価尺度として提案手法を改良することで、劣化画像からの画像認識における認識率を向上させることにも応用ができると考えられる。さらに、提案手法は一般的な写真のテクスチャ復元のみならず、映画のデジタルリマスターなどでも質感向上をすることができると考えられる。

本研究で提案した手法は、信号の推定において推定しきれなかった残差成分を、推定手法の性質と残差成分の統計的性質に着目することで復元する手法であると一般化することができ、画像のノイズ除去以外にも様々な応用が得られる可能性があることから、広く画像処理の研究分野に寄与する結果であるといえる。

Appendix A

LMMSE フィルタを用いたテクスチャの推定に関する導出

LMMSE フィルタの特殊な場合である Wiener フィルタについては 2.2 節で解説した。Wiener フィルタは先に解説したとおり、推定目標である原画像 \mathbf{x} を観測画像 \mathbf{y} から推定できるフィルタであり、 \mathbf{x} と \mathbf{n} は独立の関係であると仮定される。しかしながら、本研究では推定目標である \mathbf{t} は \mathbf{n} に非常に強く依存するため、この Wiener フィルタを使うことはできない。本節では、 \mathbf{t} が \mathbf{n} に依存した場合でも、 \mathbf{t} を推定することのできる LMMSE フィルタについて導出する。

LMMSE フィルタ \mathbf{W}_i^* は、式 (4.3) で定義されているとおり、以下のように表される関数 $J(\mathbf{W})$ を最小にする解である。

$$\begin{aligned} J(\mathbf{W}) &:= \mathbb{E}[\|\mathbf{W}(\mathbf{t}_i + \mathbf{n}_i) - \mathbf{t}_i\|_2^2] \\ &= \mathbb{E}[(\mathbf{W}(\mathbf{t}_i + \mathbf{n}_i))^\top \mathbf{W}(\mathbf{t}_i + \mathbf{n}_i)] \\ &\quad - 2\mathbb{E}[(\mathbf{t}_i + \mathbf{n}_i)^\top \mathbf{W}^\top \mathbf{t}_i] + \mathbb{E}[\mathbf{t}_i^\top \mathbf{t}_i]. \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

証明を簡単にするために、 $\mathbb{E}[\mathbf{t}_i]$ および $\mathbb{E}[\mathbf{n}_i]$ は $\mathbf{0}$ であると仮定する。ここで右辺第一項および第二項は次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} &\mathbb{E}[(\mathbf{W}(\mathbf{t}_i + \mathbf{n}_i))^\top \mathbf{W}(\mathbf{t}_i + \mathbf{n}_i)] \\ &= \text{tr}(\mathbf{W}\mathbf{R}_{(\mathbf{t}_i + \mathbf{n}_i)(\mathbf{t}_i + \mathbf{n}_i)}\mathbf{W}^\top), \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

$$\mathbb{E}[\mathbf{t}_i^\top \mathbf{t}_i] = \text{tr}(\mathbf{R}_{\mathbf{t}_i\mathbf{t}_i}). \quad (\text{A.3})$$

式 (A.1) の第二項は次のように展開できる。

$$-2\mathbb{E}[(\mathbf{t}_i + \mathbf{n}_i)^\top \mathbf{W}^\top \mathbf{t}_i] = -2\mathbb{E}[\mathbf{t}_i^\top \mathbf{W}^\top \mathbf{t}_i] - 2\mathbb{E}[\mathbf{n}_i^\top \mathbf{W}^\top \mathbf{t}_i]. \quad (\text{A.4})$$

ここで $\mathbb{E}[\mathbf{a}^\top \mathbf{A} \mathbf{b}] = \text{tr}(\mathbf{A}^\top \mathbf{R}_{\mathbf{ab}})$ であるため ($\mathbb{E}[\mathbf{a}]$ および $\mathbb{E}[\mathbf{b}]$ は $\mathbf{0}$ である), この式の右辺は次のように表される.

$$-2\mathbb{E}[\mathbf{t}_i^\top \mathbf{W} \mathbf{t}_i] - 2\mathbb{E}[\mathbf{n}_i^\top \mathbf{W}^\top \mathbf{t}_i] = -2\text{tr}(\mathbf{W}^\top \mathbf{R}_{\mathbf{t}_i \mathbf{t}_i}) - 2\text{tr}(\mathbf{W} \mathbf{R}_{\mathbf{t}_i \mathbf{n}_i}). \quad (\text{A.5})$$

式 (A.3) (A.5) より $J(\mathbf{W})$ の \mathbf{W} による偏微分は次のように表される.

$$\frac{\partial J(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}} = 2\mathbf{W} \mathbf{R}_{(\mathbf{t}_i + \mathbf{n}_i)(\mathbf{t}_i + \mathbf{n}_i)} - 2\mathbf{R}_{\mathbf{t}_i \mathbf{t}_i} - 2\mathbf{R}_{\mathbf{t}_i \mathbf{n}_i}. \quad (\text{A.6})$$

ここで $\frac{\partial J(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}} = 0$ とすると, 式 (4.3) は次のように解ける.

$$\mathbf{W}_i^* = (\mathbf{R}_{\mathbf{t}_i \mathbf{t}_i} + \mathbf{R}_{\mathbf{t}_i \mathbf{n}_i})(\mathbf{R}_{(\mathbf{t}_i + \mathbf{n}_i)(\mathbf{t}_i + \mathbf{n}_i)})^{-1}. \quad (\text{A.7})$$

よって LMMSE フィルタである式 (4.4) が導出された.

参考文献

- [1] W. Zuo, L. Zhang, C. Song, D. Zhang, and H. Gao, “Gradient Histogram Estimation and Preservation for Texture Enhanced Image Denoising,” *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 23, no. 6, pp. 2459–2472, 6 2014.
- [2] W. Zhao, Q. Liu, Y. Lv, and B. Qin, “Texture Variation Adaptive Image Denoising With Nonlocal PCA,” *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 28, no. 11, pp. 5537–5551, 11 2019.
- [3] Z. Liu, L. Yu, and H. Sun, “Image Denoising via Nonlocal Low Rank Approximation With Local Structure Preserving,” *IEEE Access*, vol. 7, pp. 7117–7132, 2019.
- [4] I. Zachevsky and Y. Y. J. Zeevi, “Statistics of Natural Stochastic Textures and Their Application in Image Denoising,” *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 25, no. 5, pp. 2130–2145, 5 2016.
- [5] D. L. Donoho, “De-noising by soft-thresholding,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 41, no. 3, pp. 613–627, 5 1995.
- [6] C. Knaus and M. Zwicker, “Dual-domain image denoising,” in *2013 IEEE International Conference on Image Processing*. IEEE, 9 2013, pp. 440–444.
- [7] J. Salvador, M. Borsum, and A. Kochale, “A Bayesian approach for natural image denoising,” in *2013 IEEE International Conference on Image Processing*. IEEE, 9 2013, pp. 1095–1099.
- [8] L. I. Rudin, S. Osher, and E. Fatemi, “Nonlinear total variation based noise removal algorithms,” *Physica D: Nonlinear Phenomena*, vol. 60, no. 1-4, pp. 259–268, 11 1992.
- [9] T. Blu and F. Luisier, “The SURE-LET Approach to Image Denoising,” *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 16, no. 11, pp. 2778–2786, 11 2007.

- [10] F. Luisier, T. Blu, and M. Unser, “A New SURE Approach to Image Denoising: Interscale Orthonormal Wavelet Thresholding,” *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 16, no. 3, pp. 593–606, 3 2007.
- [11] A. Kumar, M. O. Ahmad, and M. N. S. Swamy, “A Framework for Image Denoising Using First and Second Order Fractional Overlapping Group Sparsity (HF-OLGS) Regularizer,” *IEEE Access*, vol. 7, pp. 26 200–26 217, 2019.
- [12] K. Zhang, W. Zuo, Y. Chen, D. Meng, and L. Zhang, “Beyond a Gaussian Denoiser: Residual Learning of Deep CNN for Image Denoising,” *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 26, no. 7, pp. 3142–3155, 7 2017.
- [13] W. Dong, G. Shi, and X. Li, “Nonlocal Image Restoration With Bilateral Variance Estimation: A Low-Rank Approach,” *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 22, no. 2, pp. 700–711, 2 2013.
- [14] K. Dabov, A. Foi, V. Katkovnik, and K. Egiazarian, “Image Denoising by Sparse 3-D Transform-Domain Collaborative Filtering,” *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 16, no. 8, pp. 2080–2095, 8 2007.
- [15] P. Chatterjee and P. Milanfar, “Patch-Based Near-Optimal Image Denoising,” *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 21, no. 4, pp. 1635–1649, 4 2012.
- [16] J. Pang and G. Cheung, “Graph Laplacian Regularization for Image Denoising: Analysis in the Continuous Domain,” *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 26, no. 4, pp. 1770–1785, 4 2017.
- [17] J. Mairal, F. Bach, J. Ponce, G. Sapiro, and A. Zisserman, “Non-local sparse models for image restoration,” in *IEEE International Conference on Computer Vision*. IEEE, 9 2009, pp. 2272–2279.
- [18] W. Dong, L. Zhang, G. Shi, and X. Li, “Nonlocally Centralized Sparse Representation for Image Restoration,” *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 22, no. 4, pp. 1620–1630, 4 2013.
- [19] S. Gu, Q. Xie, D. Meng, W. Zuo, X. Feng, and L. Zhang, “Weighted Nuclear Norm Minimization and Its Applications to Low Level Vision,” *International Journal of Computer Vision*, vol. 121, no. 2, pp. 183–208, 1 2017.
- [20] B. Wen, Y. Li, and Y. Bresler, “When sparsity meets low-rankness: Transform learning with non-local low-rank constraint for image restoration,” in *2017 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*. IEEE, 3 2017, pp. 2297–2301.

- [21] S. Lefkimmiatis, “Non-local Color Image Denoising with Convolutional Neural Networks,” in *2017 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. IEEE, 7 2017, pp. 5882–5891.
- [22] S. Anwar and N. Barnes, “Real image denoising with feature attention,” in *Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision*. IEEE, 10 2019, pp. 3155–3164.
- [23] Y. Chen and T. Pock, “Trainable Nonlinear Reaction Diffusion: A Flexible Framework for Fast and Effective Image Restoration,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 39, no. 6, pp. 1256–1272, 6 2017.
- [24] L. Jia, Q. Zhang, Y. Shang, Y. Wang, Y. Liu, N. Wang, Z. Gui, and G. Yang, “Denoising for low-dose CT image by discriminative weighted nuclear norm minimization,” *IEEE Access*, vol. 6, pp. 46 179–46 193, 8 2018.
- [25] S. Lu, S. Ouyang, and L. Xiao, “MRI denoising using pixel-selection-based non-local means,” in *Proceedings - 2016 9th International Congress on Image and Signal Processing, BioMedical Engineering and Informatics, CISP-BMEI 2016*. IEEE, 2 2017, pp. 1412–1417.
- [26] D. Liu, B. Wen, X. Liu, Z. Wang, and T. S. Huang, “When Image Denoising Meets High-Level Vision Tasks: A Deep Learning Approach,” in *Proceedings of the 27th International Joint Conference on Artificial Intelligence*, ser. IJCAI’18. AAAI Press, 2018, pp. 842–848.
- [27] K. Mamiya and T. Miyata, “Few-Class Learning for Image-Classification-Aware Denoising,” in *2020 IEEE International Conference on Image Processing*. IEEE, 10 2020, pp. 948–952.
- [28] A. A. Efros and T. K. Leung, “Texture synthesis by non-parametric sampling,” in *Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision*, vol. 2. IEEE, 1999, pp. 1033–1038.
- [29] V. Kwatra, I. Essa, A. Bobick, and N. Kwatra, “Texture Optimization for Example-based Synthesis,” *ACM Transactions on Graphics, SIGGRAPH 2005*, 8 2005.
- [30] B. Galerne, Y. Gousseau, and J. M. Morel, “Random phase textures: Theory and synthesis,” *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 20, no. 1, pp. 257–267, 1 2011.
- [31] S. Ono, T. Miyata, and I. Yamada, “Cartoon-Texture Image Decomposition

- Using Blockwise Low-Rank Texture Characterization,” *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 23, no. 3, pp. 1128–1142, 3 2014.
- [32] A. Belyaev and P. Fayolle, “Adaptive Curvature-Guided Image Filtering for Structure + Texture Image Decomposition,” *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 27, no. 10, pp. 5192–5203, 10 2018.
- [33] V. Papyan, Y. Romano, M. Elad, and J. Sulam, “Convolutional Dictionary Learning via Local Processing,” in *Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision*. IEEE, 12 2017, pp. 5306–5314.
- [34] M. S. M. Sajjadi, B. Schölkopf, and M. Hirsch, “EnhanceNet: Single Image Super-Resolution Through Automated Texture Synthesis,” in *Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision*. IEEE, 12 2017, pp. 4501–4510.
- [35] A. Criminisi, P. Pérez, and K. Toyama, “Region filling and object removal by exemplar-based image inpainting,” *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 13, no. 9, pp. 1200–1212, 9 2004.
- [36] Q. Zhang, M. Shen, and B. Li, “Image Restoration Based on Structure and Texture Decomposition,” in *Proceedings of 2019 IEEE 18th International Conference on Cognitive Informatics and Cognitive Computing*. IEEE, 7 2019, pp. 217–221.
- [37] R. Geirhos, P. Rubisch, C. Michaelis, M. Bethge, F. A. Wichmann, and W. Brendel, “ImageNet-trained CNNs are biased towards texture; increasing shape bias improves accuracy and robustness.” in *International Conference on Learning Representations*, 2019.
- [38] N. Baker, H. Lu, G. Erlikhman, and P. J. Kellman, “Deep convolutional networks do not classify based on global object shape,” *PLoS Computational Biology*, vol. 14, no. 12, p. e1006613, 12 2018.
- [39] C. M. Stein, “Estimation of the Mean of a Multivariate Normal Distribution,” *The Annals of Statistics*, vol. 9, no. 6, pp. 1135–1151, 11 1981.
- [40] D. Martin, C. Fowlkes, D. Tal, and J. Malik, “A database of human segmented natural images and its application to evaluating segmentation algorithms and measuring ecological statistics,” in *IEEE International Conference on Computer Vision*, vol. 2, 7 2001, pp. 416–423.
- [41] Z. Wang, A. C. Bovik, H. R. Sheikh, and E. P. Simoncelli, “Image Quality Assessment: From Error Visibility to Structural Similarity,” *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 13, no. 4, pp. 600–612, 4 2004.

- [42] D. C. Dowson and B. V. Landau, “The Fréchet distance between multivariate normal distributions,” *Journal of Multivariate Analysis*, vol. 12, no. 3, pp. 450–455, 9 1982.
- [43] M. Heusel, H. Ramsauer, T. Unterthiner, B. Nessler, and S. Hochreiter, “GANs Trained by a Two Time-Scale Update Rule Converge to a Local Nash Equilibrium,” in *Proceedings of the 31st International Conference on Neural Information Processing Systems*, ser. NIPS’17. Red Hook, NY, USA: Curran Associates Inc., 2017, pp. 6629–6640.

本論文に関する発表論文

1. 査読付き論文

- (1) Y. Saito and T. Miyata, “Recovering Texture with a Denoising-Process-Aware LMMSE Filter,” in MDPI Signals, vol. 2, no. 2, pp. 286–303, 2021.

2. 国際会議

- (1) Y. Saito and T. Miyata, “Recovering Texture of Denoised Image via Its Statistical Analysis,” in 2018 IEEE International Conference on Image Processing, IEEE, 10 2018, pp. 1767–1771.

3. 国内の学会等

- (1) 齋藤雄太, 森田裕佑, 宮田高道, “グラフベース変換を利用した色差画像符号化の基礎検討,”画像符号化/映像メディア処理シンポジウム, 静岡, 11 2015.
- (2) 齋藤雄太, 宮田高道, “グラフベース変換を利用した色差画像符号化,”第8回千葉県県内大学による卒業論文発表会, 千葉, 2 2016.
- (3) 齋藤雄太, 宮田高道, “テクスチャの統計的性質の推定によるノイズ除去画像の質感向上,”画像符号化/映像メディア処理シンポジウム, 静岡, 11 2016.
- (4) 齋藤雄太, 宮田高道, “ノイズ除去画像とノイズ成分との関係に着目したテクスチャ成分の復元,”画像符号化/映像メディア処理シンポジウム, 静岡, 11 2017.
- (5) 齋藤雄太, 宮田高道, “ノイズ除去画像のテクスチャの知覚的復元に関する一検討,”電子情報通信学会ソサイエティ大会, 石川, 9 2018.
- (6) 齋藤雄太, 宮田高道, “知覚的品質に着目したノイズ除去画像のテクスチャの復元に関する一検討,”画像符号化/映像メディア処理シンポジウム, 静岡, 11 2018.
- (7) 齋藤雄太, 宮田高道, “ノイズ除去で失われたテクスチャの統計量の推定に関する一検討,”画像符号化/映像メディア処理シンポジウム, 静岡, 11 2019.

謝辞

本研究を進めるにあたり，千葉工業大学の宮田高道教授に研究での丁寧なご指導ご鞭撻，私生活での大変多くのご指導お心配りを賜りました。心より感謝いたします。

本論文の作成にあたり，千葉工業大学の中静真教授，飯田一博教授，苮木禎史教授，今野将教授にご指導を賜りました。深く感謝いたします。

また，私が研究室に所属してから本日まで，研究のご指導や議論を下さった千葉工業大学宮田研究室の細野海人先輩に深く感謝いたします。

共に研究生を送りました宮田研究室の先輩，同期，後輩の皆様にも感謝の意を表します。

最後に，今日までの長い間私を支えてくださった家族の皆様に，深く感謝いたします。